

学習指導資料

「学習評価の事例集」(宮城県版)

高等学校

第2編(各教科)

数 学

令和4年1月

宮城県教育委員会

仙台市教育委員会

石巻市教育委員会

<各事例概要一覧と事例>

本事例集では、国立教育政策研究所発行の『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料」を参考にしながら、「単元の目標や単元の評価規準の設定」から、「指導と評価の計画の作成」、「観点別学習状況の評価の進め方」に至る流れを示している。3観点の評価の進め方については具体的な場面を取り上げて簡潔に示し、特に「思考・判断・表現」及び「主体的に学習に取り組む態度」の評価についても、執筆者それぞれが具体的な事例を取り上げ記載するようにした。これらは、あくまでも事例の1つに過ぎないが、参考としていただければ幸いである。

(P. 3～9)

事例1

科目 数学Ⅰ 単元 数と式

【知識・技能】小テストを用いた「たすき掛け」の手法の定着度合いの確認と生徒へのアプローチ

【思考・判断・表現】「命題」に関するワークシートを用いた指導例

【主体的に学習に取り組む態度】

「絶対値」と、「根号の中に文字がある式」の小テストに取り組む中で、考察を深める指導例

(P. 10～20)

事例2

科目 数学Ⅰ 単元 二次関数

【知識・技能】平方完成の指導における言語活動の重要性

【思考・判断・表現】「カラーモール」を利用した数学的活動と評価

【主体的に学習に取り組む態度】二次方程式と二次不等式の問題と、ノート等の記述からの評価・導入段階におけるレディネステストについて

(P. 21～26)

事例3

科目 数学Ⅰ 単元 データの分析

【知識・技能】レディネスチェック（ペアによる採点）を用いた評価

【思考・判断・表現】①データの散らばりの大きさを数値化して表す方法の考察

②仮説検定の考え方と数学的活動

③課題学習による評価と、誤った場合に理解させるアプローチ

【主体的に学習に取り組む態度】グループ学習と、振り返りシートを用いた評価

(P. 27～32)

事例4

科目 数学Ⅱ 単元 いろいろな式

【知識・技能】「方程式」と「恒等式」の意味の違いを理解させるためのアプローチ

【思考・判断・表現】「係数比較法」と「数値代入法」の考察や、3次方程式を日常の事象に活かすことの良さに気付かせるアプローチ

【主体的に学習に取り組む態度】複数の解法方針がある場合の考察と評価

(P. 33~38)

事例5

科目 数学Ⅱ 単元 図形と方程式

【知識・技能】「不等式の表す領域」の図示

【思考・判断・表現】「線形計画法」を問題解決に取り入れることのよさを認識させるアプローチ

【主体的に学習に取り組む態度】ワークシートを用いた振り返りと評価

(P. 39~44)

事例6

科目 数学A 単元 図形の性質

【知識・技能】「方べきの定理」を「ユークリッドの原論」を用いてアプローチする指導と評価

【思考・判断・表現】「正五角形の作図方法」を用いた指導と評価

【主体的に学習に取り組む態度】「空間図形」の正誤問題と、その根拠を表現する活動を通しての評価

(P. 45~51)

事例7

科目 数学A 単元 場合の数と確率

【知識・技能】「積の法則」と誤った考えの理由を答えさせるアプローチ

【思考・判断・表現】「最短経路」の問題と、発展形を用いた指導と評価

【主体的に学習に取り組む態度】「病気の検査」という身近な話題と、生徒の気付きを促すアプローチ

(P. 52~56)

事例8

科目 数学A 単元 数学と人間の活動

【知識・技能】数学的活動の観察

【思考・判断・表現】亜種問題の作成レポート

【主体的に学習に取り組む態度】ゲームの必勝法の論理的考察とグループ発表による評価

追加資料

(P. 57~66)

具体的実践例

- ①エクセルシートを用いて実施する観点別評価・正答率評価・クラス別評価
- ②課題取組シートによる評価例
- ③振り返りシートを用いた「主体的に学習に取り組む態度」の評価例

数学科 事例1 (数学I)

単元名

数と式

内容のまとめり

(1) 数と式

1 単元の目標

- (1) 数と式についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 数と式を活用して、事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数と式の表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。
- (3) 数と式について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ①数を実数まで拡張する意義を理解し、簡単な無理数の四則演算をすることができる。 ②集合と命題に関する基本的な概念を理解している。 ③二次の乗法公式や因数分解の公式を適切に用いて計算することができる。 ④不等式の解の意味や不等式の性質について理解するとともに、一次不等式の解を求めることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ①集合の考えを用いて論理的に考察し、簡単な命題の証明をすることができる。 ②問題を解決する際に、既に学習した計算の方法と関連付けて、式を多面的に捉えたり目的に応じて適切に変形したりすることができる。 ③一次不等式を解く方法や不等式の性質を基に一次不等式を解く方法を考察することができる。 ④日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、一次不等式を問題解決に活用することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ①事象を数と式の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (25時間)

本単元「数と式」を、四つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 式の計算	7時間	25時間
2. 実数	5時間	
3. 一次不等式	5時間	
4. 集合と命題	7時間	
単元のまとめ	1時間	

※課題学習は適宜授業内で行うものとする。

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・単項式や多項式、整式、同類項、次数について理解できるようにする。 ・ある文字に着目して整式の同類項をまとめ、整理することができるようにする。	知		知③：行動観察
2	・整式の加法・減法・乗法について、交換・結合・分配法則を用いるとともに、整式の加法・減法の計算をすることができるようにする。	知		知③：行動観察
3	・式の展開は分配法則を用いると必ずできることを理解できるようにする。 ・展開の公式を利用して、式の計算をできるようにする。	知	○	知③：小テスト ※小テストの結果は指導等に生かす。
4	・式を1つの文字に置き換えることによって、式の計算を簡略化できることに気づき、解決しようとする。 ・式の形の特徴に着目して変形し、展開の公式を適用することができるようにする。	思 知		思②：行動観察 知③：行動観察
5	・因数分解の公式を利用することができる。 ・展開と因数分解の関係に着目することで、展開することで因数分解の検算をしようとする。	知 態	○ ○	知③：行動観察、ノート 態①：行動観察、ノート
6	・因数分解を行うために、文字の置き換えを利用することができるようにする。	知		知③：行動観察
7	・次数の最も低い文字に着目したり、式の形の特徴に着目して変形し、因数分解の公式が利用できるようにする。 ・小単元1の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知③：小テスト 態①②：振り返りシート ※小テストの結果は指導等に生かす。
8	・有理数、無理数、実数について確認するとともに、循環小数を表す記号を用いて、分数を循環小数で表すことができるようにする。	知		知①：行動観察
9	・学習してきた数の体系について整理するとともに、四則計算を行うために数が拡張されてきた意味を理解できるようにする。	知		知①：行動観察
10	・実数を数直線上の点の座標としてとらえ、実数の大小関係と数直線に関係づけて考えるとともに、絶対値の意味と記号表示の意味を理解できるようにする。	知 態	○ ○	知①：行動観察、ノート 態①：行動観察、ノート
11	・平方根の意味や性質を理解するとともに、根号を含む式の計算について、一般化して計算できるようにする。	知		知①：行動観察
12	・根号を含む式の加法、減法、乗法の計算や、分母の有理化をできるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知②：小テスト 態①②：振り返りシート
13	・数量の大小関係を式で表すとともに、不等式における解の意	知		知④：行動観察

	味を理解できるようにする。			
14	<ul style="list-style-type: none"> 不等式の性質を理解しており、一次不等式を解くことができるようにする。 連立不等式の意味を理解し、連立一次不等式を解くことができるようにする。 	知		知④：行動観察
15	<ul style="list-style-type: none"> 日常生活や社会の事象を考察することを通して、問題解決に必要な一次不等式の問題に帰着させて、一次不等式を利用できるようにする。 事柄を不等式で表すことができ、一次不等式の応用問題を解くことができるようにする。 	思	○	思④：行動観察、ノート
		知	○	知④：行動観察、ノート
16	<ul style="list-style-type: none"> 絶対値の意味を学習してきたことを振り返り、絶対値を含む方程式や不等式を解くことができるようにする。 	知		知④：行動観察
17	<ul style="list-style-type: none"> 絶対値記号を含むやや複雑な方程式や不等式を解くことができるようにする。 小単元3の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。 	知	○	知④：小テスト
		態	○	態②：ワークシート 態①②：振り返りシート
18	<ul style="list-style-type: none"> 集合の特徴によって、要素を列挙する方法と要素の満たす条件を示す方法があるなど、集合と要素の意味を理解できるようにする。 	知		知②：行動観察
19	<ul style="list-style-type: none"> 共通部分、和集合、空集合、補集合について理解することで、記号を用いて表すことができるようにする。 	知		知②：行動観察
20	<ul style="list-style-type: none"> ド・モルガンの法則の意味を理解できるようにする。 ベン図などを利用して、集合を視覚的に表現して処理することができるようにする。 	知	○	知②：行動観察、ノート
		態	○	態①：行動観察、ノート
21	<ul style="list-style-type: none"> 命題と条件の違いや、命題と集合との関係について、意味を理解できるようにするとともに、命題の真偽を、集合の包含関係に結びつけてとらえることができるようにする。 	知		知②：行動観察
22	<ul style="list-style-type: none"> 必要条件、十分条件、必要十分条件、同値の定義や、条件の否定を表す記号を理解できるようにする。 	思	○	思①：行動観察、ワークシート
		知		知②：行動観察
23	<ul style="list-style-type: none"> 命題の逆・対偶・裏の定義と意味を理解できるようにする。また、それらの真偽を調べることができるようにする。 	知		知②：行動観察
24	<ul style="list-style-type: none"> 対偶を用いた証明法や背理法のしくみを理解し、これらを適切に利用し、命題を証明に利用できるようにする。 小単元4までの学習を振り返って、振り返りシートに分かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。 	思	○	思①：小テスト
		態	○	態①②：振り返りシート
25	<ul style="list-style-type: none"> 単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身についているかを自己評価することができるようにする。 	知	○	知①～④：単元テスト
		思	○	思①～④：単元テスト

【表の見方】 ※各事例共通

表中の「重点」は、重点的に生徒の学習状況を見取る観点を示しており、観点の略称は以下の通り。

知識・技能：「知」 思考・判断・表現：「思」 主体的に学習に取り組む態度：「態」

なお、重点としていない観点についても、生徒の学習状況を把握し、教師の指導改善や生徒の学習改善

に生かすことは重要である。

また、「記録」は、評価規準に照らして、「十分満足できる」状況(A)、「おおむね満足できる」状況(B)、「努力を要する」状況(C)のいずれであるかを判断し、全員の学習状況を記録に残すものに○を付している。

さらに「備考」には、生徒の学習状況を把握するために想定される評価方法を次のように示している。

- ・行動観察：授業中に机間指導等を通じて捉えた生徒の学習への取組の様子、発言やつぶやきの内容、ノートの記述内容などに基づいて評価する。
- ・ノート(ワークシート)：授業後に生徒のノートやワークシート、レポート等を回収し、その記述の内容に基づいて評価する。
- ・小テスト：授業中に5～10分程度の小テストを実施して回収し、その結果に基づいて評価する。
- ・振り返りシート：A4サイズのシートに、自らの学びを振り返らせる記述をさせて回収して、その内容に基づいて評価する。詳しくは、60ページ参照。
- ・レディネステスト(チェック)：授業の最初に簡単な確認テストや予備知識を問うことで、その結果に基づいて評価するとともに、以降の授業に生かす。

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

(i) 第6時までには、因数分解については、基本的なものや、いわゆる「たすき掛け」の手法を用いるもの、特定の文字に着目して整理する手法など、式の特徴に着目した工夫を行うものを取り上げ、様々な因数分解ができるようにする場面を設ける。

(ii) 第7時に因数分解についての小テストを行うが、特定の文字に着目して整理しながら、たすき掛けを行うものを題材とする。このとき、同一の問題に対して、 x について降べきの順に整理する解答と、 y について降べきの順に整理する解答をそれぞれ記述させることで、一つの問題に対して複数のアプローチがあること、変数となる文字が変わっても同様に処理する技能があること、因数分解の学習の中で大切な要素である、「たすき掛け」の手法の定着度合いについて確認する。

問題1 $x^2 + 5xy + 6y^2 + 4x + 13y - 5$ を因数分解せよ。

(1) x について降べきの順に整理することで、因数分解せよ。

(2) y について降べきの順に整理することで、因数分解せよ。

問題2 $4x^2 - 5xy + y^2 + 5x + y - 6$ を因数分解せよ。

(1) x について降べきの順に整理することで、因数分解せよ。

(2) y について降べきの順に整理することで、因数分解せよ。

課題 それぞれの問題について、降べきの順に整理した文字によって違いを感じたことを簡単にまとめなさい。

(iii) 小テストを回収し、まず指定された文字で降べきの順に整理することができているかどうか、また

(1) については、最初の段階で「たすき掛け」の手法ができているかを評価する。

$$\begin{aligned}x^2 + 5xy + 6y^2 + 4x + 13y - 5 &= x^2 + (5y + 4)x + (6y^2 + 13y - 5) \\ &= x^2 + (5y + 4)x + (2y + 5)(3y - 1)\end{aligned}$$

この式の変形までできない生徒には、第4時・第5時のノートや教科書を見直して確認し、因数分解の基本的な知識を身に付けられるようにする。さらに「たすき掛け」の手法を用いることで

$$= \{x + (2y + 5)\}\{x + (3y - 1)\} = (x + 2y + 5)(x + 3y - 1)$$

と変形できるか確認する。(2)では同一の式を y について降べきの順に整理し、因数分解を行うと、

$$6y^2 + (5x + 13)y + (x - 1)(x + 5) = \{2y + (x + 5)\}\{3y + (x - 1)\}$$

となり、(1)と同様の結果となる。

なお、生徒によっては、どちらの文字について降べきの順に整理するかで、難易度がやや異なっ
て感じられることもあるが、どちらも同様の解答となることを通して、たすき掛けの定着度の深さ
を評価する。

問題1、問題2のあとの課題では、問題1、問題2について、それぞれ異なる文字について降べ
きの順に整理することで、解法が異なっても同じ答えになることや、それぞれの文字によって、難
易度が異なっ
て感じる
ことがある、などの気づきを大切にしたい。

また、問題2では(1)の解答が $(x - y + 2)(4x - y - 3)$ となるのに対して、(2)の解答は
 $(y - x - 2)(y - 4x + 3)$ となることが予想されるが、これが(1)の解答と同一の式であることを
理解しているかどうかで評価する。それぞれの問題の(1)もしくは(2)が最後までできていな
い場合、第4時・第5時のノートや教科書を見直して確認するように促し、特定の文字に着目して
降べきの順に整理する因数分解を理解できるようにする。

(2) 思考・判断・表現

- (i) 第21時では、命題と条件について学習する。命題については文章で表されるものや数字や式で
表されるものなど様々であるが、集合の包含関係に結び付けてとらえることで、真偽の判定や反例
について考察できるようにする。第22時では、命題の真偽と、必要条件、十分条件、必要十分条
件についての関係を導くことができるように指導する。

命題 $p \Rightarrow q$ が真であるとき、

p は q であるための十分条件である、

q は p であるための必要条件である

という。



$$P \subset Q \iff \text{「} p \implies q \text{ が真」}$$

- (ii) 上記(i)の指導を基に、第22時に次の問題でワークシートに取り組みさせる。なお、例をあげ
る際は、「授業で扱った題材を土台に工夫を加えたものでもよいこととする」としたり、「教科書等
を参考にするとは構わないが、オリジナル性が高いものが評価される」と事前に示すなど、問題
に取り組みさせる段階で、思考力が問う設問であることを明示するなど、問いかけに工夫を行うこと
も考えられる。

問題 次の条件に当てはまる例をあげ、その解説を書きなさい。なお、その際には、真偽の判定
に至る理由などを記述すること。

- (1) p は q であるための必要条件であるが、十分条件ではない。
- (2) q は p であるための十分条件であるが、必要条件ではない。

例

(1) () は () であるための必要条件であるが、十分条件ではない。

【解説】 () \Rightarrow () は [] が反例であるため偽であり、
() \Rightarrow () は真であるから。

(iii) ワークシートを回収し、必要条件や十分条件について理解しているかどうか評価する。記述できない生徒や、誤った記述をしている生徒には、第21時のノートや教科書を見直して、真偽の判定を処理できるようにする。また、真偽の判定が正しくできているものの、十分条件と必要条件の記述が逆になっている場合は、十分条件と必要条件について改めて考察させたりする。また、解答されたものが平易な表現や関係に留まっているかどうか、教科書の記述や授業で取り上げた例を参考にしながらも、深い記述になっているかなどで評価する。単純な表記に留まっている生徒には、ワークシートで解答された例をいくつか提示し、授業で共有することでより思考を深めていけるように促す。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

(i) 第10時では、絶対値は距離を表すものであることと、数値を用いて $|3| = 3$, $|-3| = 3$ となることを説明したあとで、絶対値の性質として

1 $|a| \geq 0$
 2 $a \geq 0$ のとき $|a| = a$, $a < 0$ のとき $|a| = -a$

を扱う。第11時では、平方根の性質として $a \geq 0$ のとき $\sqrt{a^2} = a$, $a < 0$ のとき $\sqrt{a^2} = -a$ が成り立つことから $\sqrt{a^2} = |a|$ であることを学習する。第16時では絶対値の中に文字がある方程式や不等式を扱うが、絶対値が複数ある場合は、絶対値の処理のために場合分けをする必要があることを示し、場合分けの処理をできるようにする。【知識・技能】

(ii) 第17時の最後に、絶対値や根号の中に文字がある式の処理に関する小テストを実施する。

【知識・技能】

問題1 $-2 \leq x < 1$ のとき、 $\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ を整理しなさい。

問題2 方程式 $|x + 2| + 3|x - 1| = 2x + 1$ を解け。

問題3 問題2の方程式を解く際に、いくつかの場合に分けて解答することが必要になります。この場合分けについては、以下の①～④のパターンが考えられますが、どの場合分けが適切か、自分の考えをまとめなさい。

① $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x < 1 \\ x < -2 \end{cases}$	② $\begin{cases} x > 1 \\ -2 < x \leq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}$	③ $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}$	④ $\begin{cases} x > 1 \\ -2 < x < 1 \\ x < -2 \end{cases}$
---	---	---	---

(iii) 小テストを回収し、絶対値を根号の中に文字がある式の関係や文字を含んだ絶対値の意味を理解しているかを評価する。問題1では、根号の中の式が平方の形で因数分解できることから、

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(x + 2)^2} - \sqrt{(x - 1)^2} = |x + 2| - |x - 1|$$

と式の変形ができるかで評価する。この式の変化ができていない生徒には、第10時のノートや教科書を見直して確認し、定義についての知識を身に付けられるようにする。問題1については、 $-2 \leq x < 1$ の範囲であることから、例えば、 $x = 0$ を代入することで絶対値の中が正であるか、負であるか、すなわちマイナスを付して絶対値を外すかどうかの判断が付きやすく、知識・技能の

観点を図る設問に分類されると考えることができる。

一方で、問題2については、3つの場合に分けることから考えなければならない。このとき、問題3の選択肢として示した①～④のパターンを活用して解答できるかで評価する。また、それぞれの場合に応じて式を処理することができ、正しい答えを求めているかどうかで評価する（【知識・技能】）。なお、問題3については、4つの場合分けについて、 $x = 1$ が解に含まれている①～③は適切で、解なしとなる④の違いに気づき、その理由について「問題1の条件だった①のみが適切で、その他は適切ではないと考えたが、周囲の人の考えを聞き、②や③も同様の結論が得られることから、適切であると自分の考えが変わった」など、自分自身の中でどのように考えが変わったかを表出させられるように促すことが必要である。主体的に学習に取り組む態度として、「解答が得られるから①～③は適切である」ことではなく、「なぜ適切か」という視点で記述され、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、改善しようとしているかどうかで評価する。

この設問において、試行錯誤や、考察を深めていくことを通して、自ら適切に場合分けの設定が行うことができるようになるとともに、主体的な学習態度を培うきっかけとしたい。

数学科 事例2 (数学I)

単元名 二次関数	内容のまとめり (3) 二次関数
-------------	---------------------

1 単元の目標

- (1) 二次関数についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 二次関数に着目し、社会の事象を数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返り、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察する力を身に付ける。
- (3) 二次関数について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 二次関数の値の変化やグラフの特徴について理解している。 ② 二次関数の最大値や最小値を求めることができる。 ③ 二次方程式の解と二次関数のグラフの関係について理解している。 ④ 二次不等式の解と二次関数のグラフとの関係について理解し、二次関数のグラフを用いて二次不等式の解を求めることができる。	① 二次関数の式とグラフの関係について、コンピュータなどの情報機器を用いて多面的に考察することができる。 ② 二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したりし、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察することができる。	① 事象を二次関数の考え方をを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしている。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善しようとしている。

3 指導と評価の計画 (33時間)

本単元「二次関数」を、三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元など	授業時間数	
レディネステスト	1時間	33時間
1. 二次関数とグラフ	10時間	
2. 二次関数の値の変化	8時間	
3. 二次方程式と二次不等式	13時間	
4. 単元のまとめ	1時間	

※課題学習は適宜授業内に取り入れるものとする。

※生徒の既習内容の定着状況を把握するため、学校の実状に応じ、適宜レディネステストを実施する。

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法などは次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・既習内容の確認(レディネステスト)を通して、今後の学習に生かす。	知	○	知①：レディネステスト ※レディネステストの結果は指導などに生かす。
2	・2つの数量の関係を式で表現でき、 $y=f(x)$ や $f(a)$ の表記を理解し、用いることができるようにする。	知		知①：行動観察
3	・関数、座標平面について理解し、一次関数のグラフが書け、値域、関数の最大値、最小値が求められるようにする。	知		知①：行動観察
4	・放物線 $y=ax^2$ の形や軸、頂点について理解できるようにする。	知	○	知①：行動観察・レポート
5	・ $y=ax^2+q$ の表記について、グラフの平行移動とともに理解できるようにする。	知		知①：行動観察
6	・ $y=a(x-p)^2$ の表記について、グラフの平行移動とともに理解できるようにする。	知		知①：行動観察
7	・ $y=a(x-p)^2+q$ の表記について、グラフの平行移動とともに理解できるようにする。	知	○	知①：行動観察・レポート
8	・平方完成の成り立ちを理解し、式変形ができるようにする。	知		知①：行動観察
9	・平方完成を利用して、二次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフの軸と頂点を調べ、グラフを書くことができるようにする。	知		知①：行動観察
10	・一般の二次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて、軸、頂点の式を考察できるようにする。	知	○	知①：行動観察・レポート
11	・放物線の平行移動を、頂点の移動に着目し考察することができ、グラフの平行移動が、 x 軸方向、 y 軸方向の用語を用いて表現できるようにする。 ・小単元1の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○	思①：行動観察 態①②：振り返りシート
12	・二次関数の値の変化がグラフから考察し、二次関数が最大値または最小値をもつことを理解できるようにする。	知		知②：行動観察
13	・ $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形し、図を書いて、二次関数の最大値、最小値を求めることができるようにする。	知	○	知②：行動観察・レポート
14	・二次関数の定義域に制限がある場合に、最大値、最小値を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
15	・定義域が変化するときの二次関数の最大値や最小値について、考察することができるようにする。	思		思①：行動観察
16	・グラフが動いたりするときの最大値や最小値について、考察することができるようにする。	思	○	思①：行動観察・レポート
17	・最大・最小の応用問題に二次関数を利用できる。また、最大・最小の応用問題において、計算を容易にするような変数設定ができるようにする。	思		思②：行動観察
18	・二次関数の決定において、与えられた条件を関数の式で表現し、適切に処理することができるようにする。	思		思①：行動観察

19	・連立三元一次方程式の解き方を理解し、与えられた条件から二次関数を決定することができるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○ ○	思①：行動観察・レポート 態①②：振り返りシート
20	・二次方程式の解き方として、因数分解利用、解の公式利用を理解している。また、二次方程式を解く一般的方法として解の公式が利用できるようにする。	知		知③：行動観察
21	・二次方程式の解の考察において、判別式 $D=b^2-4ac$ の符号と実数解の関係を理解し、利用することができるようにする。	知		知③：行動観察
22	・二次方程式が実数解や重解をもつための条件を式で示すことができるようにする。	知	○	知③：行動観察・レポート
23	・二次関数のグラフとx軸の共有点の座標が求められるようにする。	知		知③：行動観察
24	・二次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めることができるようにする。	知		知③：行動観察
25	・二次関数のグラフとx軸の共有点の個数や位置関係を、 $D=b^2-4ac$ の符号から考察することができるようにする。	思	○	思①：行動観察・レポート
26	・一次関数のグラフと一次不等式の関係から、二次不等式の場合を考えることができるようにする。	知		知④：行動観察
27	・二次関数のグラフがx軸と異なる2点で交わる場合と二次不等式の間を相互に関連させ、図を積極的に利用し、二次不等式を解くことができるようにする。	知		知④：行動観察
28	・二次関数のグラフがx軸と接する場合と二次不等式の間を相互に関連させ、図を積極的に利用し、二次不等式を解くことができるようにする。	知	○	知④：行動観察・レポート
29	・二次関数のグラフがx軸と共有点をもたない場合と二次不等式の間を相互に関連させ、図を積極的に利用し、二次不等式を解くことができるようにする。	知		知④：行動観察
30	・二次式が一定の符号をとるための条件を、グラフと関連させて理解できるようにする。	知		知④：行動観察
31	・二次の連立不等式を理解し、解くことができるようにする。	知	○	知④：行動観察・レポート
32	・身近な問題を二次不等式の問題に帰着させることができ、問題を解くことができるようにする。 ・小単元3までの学習を振り返って、振り返りシートに良かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果が実感できるようにする。	思 態	○	思②：行動観察 態①②：振り返りシート
33	・単元全体を通して学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①②③④思①②：単元テスト・レポート

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

単元1「二次関数とグラフ」において、単元の評価規準（知①）について、次のような評価の方法が考

えられる。

(第8時)

平方完成は、二次関数を理解する上で、重要項目と位置付けられるが、理解が及ばない生徒や計算がおぼつかない生徒が多いと考える。特に、 x^2 の係数が分数や負の値の場合には注意が必要であると考える。具体的な例題を通して、 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ や $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の因数分解から、2乗を作るための規則性に着目できることが一つの評価規準となる。規則性に気付かない生徒がいる場合には、席が隣同士の生徒とお互いに教え合い、説明し合うことで、互いの理解が深まるよう支援する。ここで大切なことは、「言語活動を通して規則性を表現すること」であり、平方完成をより深く理解することに繋がると考える。 $x^2+\square x=(x+\square/2)^2-(\square/2)^2$ において一次の係数の「半分」と表記している教科書が多いが、生徒の中では「半分」に躓きを感じている生徒もいる。例えば x^2+3x のように一次の係数が奇数であるとき、 $3/2$ とできずに、1.5のように小数で考えてしまう生徒がいる。「半分」の表現を「 $\times 1/2$ 」と表しなおすことで、理解が深まる場合がある。また、二次の係数が分数や負の値の場合、二次の係数でくくりだした際、間違いに気付かずにいる生徒も多くみられるが、一度展開し、元の式に戻ることを確認することを徹底することで、間違いに気付くことができるか評価することも必要である。平方完成は、二次関数の基本的な知識・技能であり、確実に身に付けることが必要である。

具体的な評価については、「2乗の因数分解を利用し、平方完成の成り立ちを理解し式変形が自分自身でできた」生徒については「十分満足できる」状況(A)、「平方完成の成り立ちが理解できず、式変形が正しくできなかった」生徒については「努力を要する」状況(C)などと評価することが考えられる。「努力を要する」状況(C)の生徒に対しては、 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ や $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ の因数分解から確認が必要であり、 x^2+4x のような「二次の係数が1かつ一次の係数が偶数である二次式」の平方完成が理解できているか。さらには、 x^2+3x や $-x^2+3x$ のような二次式にまで発展したものが平方完成できるかなどのスモールステップで確認し、生徒自身が理解を感じられるよう声掛けや支援をすることで、生徒の思考を促し、「おおむね満足できる状況」(B)への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

(2) 思考・判断・表現

単元2「二次関数の値の変化」において、単元の評価規準(思①)について、次のような評価の方法が考えられる。

(第18時)

二次関数の決定条件についての学習であるが、生徒の思考を補助するために「カラーモール」を用意し、座標軸と格子点のみを印刷したワークシートとともに配布する。ワークシートの座標平面上にカラーモールの伸ばして置くことで、直線に見立て、一次関数の決定条件を振り返る活動を通し、カラーモールの曲げることで放物線に見立て、二次関数の決定条件を考える。

自分の考えをまとめる上で、「正しい言葉で正解を」と意識すると、記述することが難しくなるため、「どのように考えたが大切」であることを伝え、カラーモールの自由に動かすことで動的な見方や考え方を記述できているか評価する。具体的には、一次関数の決定については、1) カラーモールの一部を固定し、もう一端を動かすことで直線の傾きが変化することに気付き、直線が通る一点が固定されれば、直線が固定されることに気付く。

(固定する場所をy軸上にとることでy切片となることに気付く)

設問1, 一次関数のグラフを書くために必要な条件について、自分の考えを書いてみよう。

設問2, 二次関数のグラフを書くために必要な条件について、自分の考えを書いてみよう。

2) 傾きを固定したまま、カラーモールを平行移動し、直線が通る一点を固定すると、直線が固定されることに気付く。

思考が進められない生徒に対しては、隣同士やグループをつくり、お互いに教え合う場面を設定することや、思考を促す支援が必要となる。生徒の理解状況を踏まえた上で、自分の考えを表現できているかを行動観察を通して評価する。

また、二次関数の決定については、カラーモールを用いることで一次関数と同様に、自由に曲げたり移動することで二次関数のグラフが決まるイメージを持たせつつ、思考を促す。具体的には、

- 1) 放物線の頂点を固定し、曲線を曲げることで放物線の開き具合を変化させてみる。
- 2) 開き具合を変えず、カラーモールを平行移動させ、頂点が固定されれば、放物線も固定されることに気付く。
- 3) 何か所か通る点を固定し、カラーモールを合わせることで放物線も固定されることに気付く。

1)～3)の条件において、二次関数の方程式には、標準形と一般形があることを確認し、どちらの形の方程式で考えることがよいか考えさせることも必要であり評価できる。

積極的にカラーモール動かすことで、二次関数の決定条件を考えているか。また、自分が思い描いたイメージを数学的な言語で表現できているかを評価する。

具体的な評価については、「二次関数の決定について、論理的に考察し、決定条件を自ら見だし、周囲に対して説明ができた」生徒については「十分満足できる」状況 (A)、「カラーモールなどの活用を通して二次関数の決定条件を考察することができず、関数の式で表現することができなかった」生徒については「努力を要する」状況 (C) などと評価することが考えられる。「努力を要する」状況 (C) の生徒に対しては、カラーモールを自由に伸ばしたり、曲げたりすることで直線や放物線を疑似的に表現することができることを確認し、どのような条件が揃うことで関数が決定するかを視覚的に捉えながら、生徒自ら思考する態度を養い、「おおむね満足できる状況」(B)への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

生徒の授業などのノートをもみても、「黒板に書いたものを写す」「教師が言ったことだけを書く」「教師の配布したプリントの穴を埋める」などだけにとどまる生徒が多いが、自分の間違えた計算式や理由を書き残したり、「なぜその解き方をするのか」の根拠を考えたりしながらノートをとることも「主体的に学習に取り組む態度」を評価する上で大切だと考える。

単元3「二次方程式と二次不等式」において、単元の評価規準(態①②)について、次のような評価の方法が考えられる。

(第32時)

ある学校の屋上から、物体を投げ出したとき、その地点から x 秒後の物体の高さ y m は $y = -x^2 + 2x$ で表すことができた。ただし、風などの抵抗は考えず、 $y < 0$ のときは、物体が屋上よりも下にあることとする。このとき、物体は5秒後に地面に達した。

(1) 校舎の各階の高さは全て3 mである。この校舎は何階建てか求めよ。

(2) 校舎の2階から4階の間を物体が通過するのにかかった時間は何秒か求めよ。ただし、通過するのにかかった時間は次の値のうち必要なものを用い、小数第2位を四捨五入して求めよ。

$$\sqrt{7} = 2.645 \quad \sqrt{10} = 3.162 \quad \sqrt{13} = 3.605$$

問題文を読み、行動観察や机間支援を通して、情景を簡単な図で書き表すなどイメージすることがで

きるか、問題の意図を汲み取ることができているか評価する。物体の投げ出し運動が上に凸の放物線として捉えることができ、5秒後に地面に達することは、校舎の高さが与えられた二次関数に $x=5$ を代入した値を利用して求めることができることを主体的に理解し、各階の高さから校舎の階数を求めることができているかを確認支援する。

また、(2)においては、「校舎の2階から4階の間を物体が通過する」の取扱いについて、自ら考え「2階の床の高さから4階の天井までの高さを物体が通過する」ことに気付くことができているか評価する。また、二次関数と二次不等式を関連付けて考察し、粘り強く考えることができているか行動観察や振り返りシートなどの記述から評価する。

ノートや振り返りシートなどを確認し、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしているかを評価できる。具体的には「はじめは問題文から情景をイメージすることができなかつたが、図で表すことで、より明確に問題を捉えることができた。(1)では、「校舎の高さ」の捉え方がわからずに悩んだが、周囲の人と相談することで、校舎の高さが $x=5$ のときの y の値を利用することで求められることや各階の高さがわかっているのを、校舎の階数が求められた。(2)では、はじめ「校舎の2階から4階の間」を「2階の床の高さから4階の床の高さ」として考えてしまっていたが、自分の考え方の間違いを周囲に教えてもらい気付くことができ、二次不等式に関連付けて読み取ることができた。」など記述を踏まえて評価する。

生徒の中には、自分の間違いや理解できなかった部分をノートなどの形として残すことに抵抗を感じる生徒も多いが、自分の理解度や到達度を客観的に捉えることは、全ての授業において大切なことであり、日頃からの指導が重要であるとともに、教師は適宜その過程を確認することで、指導に役立てていくことが必要であると考えられる。

具体的な評価については、下記のように評価することが考えられる。

観点	評価規準		
	十分満足できる状況 (A)	おおむね満足できる状況 (B)	努力を要する状況 (C)
事象を二次関数の考え方をを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしている。 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善しようとしている。 (態①②)	既習内容を踏まえ、校舎の高さという身近な事象を数学的論拠に基づいて判断し、粘り強く考え、その思考過程を周囲に対して正しく説明することができる。	情景を図で表すなどを通して、数学的論拠に基づいて、部分的に判断することができ、理解不十分な部分を互いに補い考えることができる。	既習内容の定着が不十分であり、粘り強く考察することができず、数学的論拠に基づいて、判断することが十分ではない。

「努力を要する」状況 (C) の生徒に対しては、問題を読み捉えることができずにいることも考えられる。文章問題に対しては、苦手意識を抱いている生徒も多く、簡易的な図で書き起こし、問題の情景を捉えることが必要となる。さらに簡易的な図に条件を書き入れことで、一層深く問題を理解できるよう支援することで、「おおむね満足できる状況」(B) への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

(4) 導入段階におけるレディネステストについて

本単元の導入段階におけるレディネステストについては、以下のような方法が考えられる。Google フォームを利用し、生徒にレディネステストを配信・実施。Google フォームの特徴のひとつである「回答がリアルタイムで自動集計され、グラフ化される」ことで、レディネステスト実施後、すぐに分析結果を生徒にフィードバックすることができる。また、その分析結果をその後の学習指導・支援に生かすことが可能となる。

具体的には、以下のようなレディネステスト (P. 17~20) が考えられる。

1 一次関数と二次関数のグラフの比較

第1問では、「y 軸について対称である」ことが、「対称の軸が y 軸である」と正しく理解し、y 軸で折り返したとき、左右のグラフを正しく比較することができるかを問う問題である。正答はア、エ

第2問では、グラフが原点を通る関数を選ぶ問題。グラフの概形をイメージし、正しい関数を選ぶこともできるが、原点 (0, 0) を代入して成り立つ関数を選ぶこともできる問題である。複数の視点から考えることができる点にも注意したい。正答はア、ウ、エ

第3問では、グラフの概形を理解し、単調増加する関数を選ぶ問題であるが、一次関数と二次関数のグラフの違いを理解し、一次関数の傾きに注視できるかを問う問題である。正答はウ

第4問では、変化の割合とは、「x の増加量に対する y の増加量の割合である」ことを正しく理解し、双曲線または放物線を選ぶことができるかを問う問題である。正答はア、エ、オ

2 二次関数のグラフの比較

第1問では、二次関数のグラフの形が上に凸であるか下に凸であるかを問う問題である。中学校段階の二次関数は、 $y=ax^2$ しか取り扱っていないため、二次の係数で判断できる問題となる。正答はア、ウ、オ

第2問では、二次関数におけるグラフの開き方を問う問題である。二次の係数が大きくなるほど、グラフは閉じることを理解し、選択することができるかを問う問題である。正答はイ

第3問では、1の第1問同様、対称の軸が x 軸であることを正しく理解することができるかを問う問題である。正答はアとエ

第4問では、与えられた点がグラフ上にあるかを問う問題であり、具体数が与えられているため、代入し成り立つかを問う問題である。x と y の値を正しく代入し、両辺を比較できるかを問う。正答はウ

3 二次関数のグラフ

二次関数のグラフを正しく理解できているかを問う問題である。 $y=ax^2$ のグラフにおいて、二次の係数から上に凸、下に凸を正しく判断し、グラフが通る1点を自分自身で見つけ、選択群から正しいグラフを選ぶ問題となっている。正答はエ

4 二次関数の y の変域

二次関数における y の変域については、一次関数の場合と違い、単に x の変域の両端を代入することで考えてしまう誤答例が多い。二次関数のグラフを正確に捉え、x の変域において原点を含むかどうかを正しく判断する必要がある。正答はウ

二次関数 レディネステスト

これから学習する二次関数について、中学校で学んだことを確認してみましょう

*必須

名前 *

テスト問題

1 下の第1問～第4問にあてはまる関数を，ア～オのなかからすべて選び，記号で答えなさい。

ア： $y=2x^2$ イ： $y=-2x+1$ ウ： $y=2x$ エ： $y=-2x^2$ オ： $y=\frac{2}{x}$

第1問 グラフがy軸について対称となる関数はどれか *

10 ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

- ア
- イ
- ウ
- エ
- オ

第2問 グラフが原点を通る関数はどれか *

10 ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

- ア
- イ
- ウ
- エ
- オ

第3問 x が増加するとき、 y の値も常に増加する関数はどれか*

10ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

- ア
- イ
- ウ
- エ
- オ

第4問 変化の割合が一定ではない関数はどれか*

10ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

- ア
- イ
- ウ
- エ
- オ

2 下の第1問～第5問にあてはまる関数を、ア～オのなかからすべて選び、記号で答えなさい。

ア： $y = -2x^2$ イ： $y = x^2$ ウ： $y = -\frac{1}{4}x^2$ エ： $y = 2x^2$ オ： $y = -\frac{1}{2}x^2$

第1問 x 軸の下側にあるグラフはどれか*

10ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

- ア
- イ
- ウ
- エ
- オ

第2問 イとエではどちらのグラフが開き方が大きいか*

10ポイント

1つだけマークしてください。

イ

エ

第3問 グラフがx軸について対称になっているものはどれとどれか* 10ポイント

当てはまるものをすべて選択してください。

ア

イ

ウ

エ

オ

第4問 点(2, -1)を通るグラフはどれか*

10ポイント

1つだけマークしてください。

ア

イ

ウ

エ

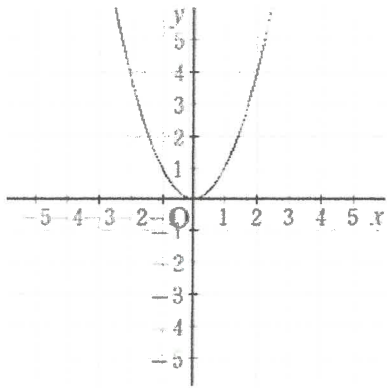
オ

*

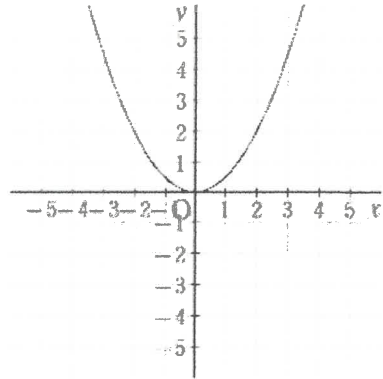
10ポイント

3 次のなかで、 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフとして、最も適しているものア～エのなかから選びなさい。

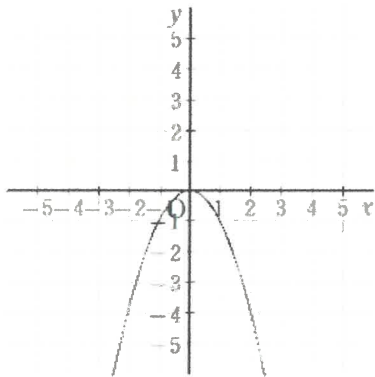
1つだけマークしてください。



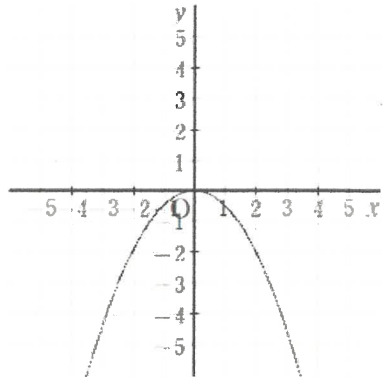
ア



イ



ウ



エ

*

10ポイント

4 関数 $y = 2x^2$ の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域が正しいものを選びなさい。

ア： $2 \leq y \leq 8$ イ： $0 \leq y \leq 2$ ウ： $0 \leq y \leq 8$ エ： $-2 \leq y \leq 8$

1つだけマークしてください。

ア

イ

ウ

エ

単元名

データの分析

内容のまとめり

(4) データの分析

1 単元の目標

- (1) データの分析についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、データの分析を用いて事象を数値化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) データの分析を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、問題を解決したり、解決の過程や結果を批判的に考察し判断したりする力を身に付ける。
- (3) データの分析について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①分散、標準偏差、散布図及び相関係数の意味やその用い方を理解している。 ②コンピュータなどの情報機器を用いるなどして、データを表やグラフに整理したり、分散や標準偏差などの基本的な統計量を求めたりすることができる。 ③具体的な事象において仮説検定の考え方を理解している。	①データの散らばり具合や傾向を数値化する方法を考察することができる。 ②目的に応じて複数の種類のデータを収集し、適切な統計量やグラフ、手法などを選択して分析を行い、データの傾向を把握して事象の特徴を表現することができる。 ③不確実な事象の起こりやすさに着目し、主張の妥当性について、実験などを通して判断したり、批判的に考察したりすることができる。	①事象をデータの分析の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (13時間)

本単元「データの分析」を、三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数
1. データの分析	6時間
2. データの分析の応用	4時間
3. 仮説検定の考え方	1時間
単元のまとめ・課題学習	2時間
	13時間

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・既習事項について確認し、不足している知識等を補う。 ・2つの考查の成績など、2つのデータを比較、考察することを通して、データの分析について興味・関心を高める。	知		知①：レディネスチェック ※レディネスチェックの結果は指導等に生かす
2	・データの平均値に着目して、データの散らばりの大きさを表すための方法として、偏差、分散、標準偏差を理解し、データをもとにそれらを求めることができる。 ・偏差の総和を用いてデータの散らばりの大きさを表す方法の短所を見出し、分散の定義について考察したり、標準偏差を用いることの意義について説明したりすることができる。	知 思	○	知①②：行動観察 思①：レポート
3	・散布図及び相関関係について理解する。2つのデータの相関関係について、散布図を用いて考察することができる。	思		思①：行動観察
4	・相関関係を1つの数値として表す方法として、相関係数について理解する。具体的なデータをもとにして相関係数の定義とその求め方を理解している。	知		知①②：行動観察
5	・2つのデータの相関関係について、散布図や相関係数を用いて考えようとしている。	態		態①：行動観察
6	・分散、標準偏差、散布図及び相関係数の意味やその使い方を理解し、それらの統計量を求めることができる。 ・小単元1の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○	知①②：小テスト 態①②：振り返りシート
7	・コンピュータを用いて、データを分析することができる。	知		知①②：行動観察
8	・PPDACサイクルの問題解決プロセスについて理解している。	知		知①②：行動観察
9	・これまでに学んだデータを分析する方法を用いて身の回りの事象をPPDACサイクルに沿って考察したり検討したりすることができる。	思		思②：行動観察
10	・具体的な問題解決の場面において、PPDACサイクルを活用したり、その過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。	態		態②：振り返りシート
11	・具体的な事象において仮説検定の考え方を理解するとともに、不確実な事象の起こりやすさに着目し、主張の妥当性について、実験などを通して判断したり、批判的に考察したりすることができる。	知 思		知③：行動観察 思③：行動観察
12	・データの分析で学んだことを用いて身近な問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。 ・データの分析で学んだことを、具体的な事象の考察に活用し、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。 【課題学習】	思 態	○ ○	思①②③：レポート 態①②：振り返りシート
13	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。	知 思	○ ○	知①②③：単元テスト 思①②③：単元テスト

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

(第1時)

課題として、レディネスチェックを行い、これまでの既習事項についての確認を行う。第1時の最初に、取り組んできたレディネスチェックをペアとなった生徒同士互いに採点を行い、生徒は自身の不足している知識・技能について把握する。不足している点については、ペアとなったお互いで、教え合う等して補うようにする。結果は、次回以降の指導に生かすものとする。

(レディネスチェック 例)

レディネスチェックでは、既習事項の確認はもちろん、今後学習することへのモチベーションになるよう、できるだけ身近な話題を取り上げる。

問1

次のデータは、2021年の9月の仙台市の最高気温を気温の低い順に並べたものである。

18℃以上、20℃未満という階級から、幅を一定にとって順次階級をつくり、このデータの度数分布表を作成せよ。また、そのヒストグラムをかけ。

【データ 2021年9月の仙台市の最高気温 (単位 ℃)】

23.2 23.2 25.8 21.7 22.5 19.0 23.3 21.1 26.7 27.6 24.4 29.3 27.9 22.4 25.8
22.8 22.9 23.0 28.2 27.3 24.6 28.0 27.3 27.1 21.4 21.0 23.2 23.4 25.0 28.1

問2

問1のデータの中央値と最頻値を求めよ。

問3

次のデータは、1班と2班の1週間のスマートフォン利用時間である。

1班、2班の四分位数をそれぞれ求めよ。

【1班20人 (単位 時間)】

3 10 7 14 5 6 15 0 10 18
0 8 11 13 15 19 9 23 9 5

【2班15人 (単位 時間)】

4 6 0 14 16 0 1 20 5 0
18 13 21 23 9

問4

下の表は、10点満点の小テストを行った際のA君の成績表である。A君の得点の箱ひげ図をかき、得点の範囲、四分位範囲を求めよ。

回	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
得点	3	7	4	6	8	9	2	7	9	5

問5

次の、A、B、Cのヒストグラムについて、それぞれに対応する箱ひげ図として適切なものをX、Y、Zの中から選べ。

(図は略)

問6

問3の2つのデータについて、それぞれ箱ひげ図をかき、分布を比較せよ。

(第2・4・7・11時)

授業中に発言した内容、机間指導を通じて捉えた生徒の学習への取組の様子等に基づいて評価する。

(第6・13時)

ペーパーテストは、授業中に行う小テスト及び単元テストによって評価する。問題は、単に技能だけを問うものだけではなく、問題を工夫することで、「ある事柄が理解できているかどうか」を質的に評価できるように、考え方を説明する問いも設ける。また、評価に際しても、何問正解したかという観点だけではなく、「どれだけ理解できたか」を評価する。

(2) 思考・判断・表現

授業中に発言した内容や提出されたレポートに基づいて評価する。なお、考え方や「なぜそうなるのか」を説明する機会を多く設けるよう工夫する。

(第2時)

グループで、データの散らばりの大きさを数値化して表す方法を考えさせる。例えば、次の値が想定される。

- | |
|-------------------------|
| ①各データと平均値の差の和 |
| ②各データと平均値の差の絶対値の和 |
| ③各データと平均値の差の2乗の和 |
| ④各データと中央値の差の和 |
| ⑤各データと中央値の差の絶対値の和 |
| ⑥各データと中央値の差の2乗の和 |
| ⑦～⑫これらのそれぞれをデータの総数で除した値 |
- など。

それぞれの考えの長所や短所などについて話し合わせた上で、レポートにしてまとめる。その内容をもって評価する。

また、これにより、特に、偏差の総和を用いてデータの散らばりの大きさを表す方法の短所を見出し、分散の定義について考察したり、標準偏差を用いることの意義について説明したりすることができるようにする。

(第11時)

仮説検定の考え方を理解するために、次の題材を考察することも考えられる。

「ある新素材の枕を使用した20人のうち80%に当たる16人が以前よりよく眠れるようになった」と回答。新素材の枕を使用するとよく眠れると判断できるか？
--

「よく眠れた」ということと「よく眠れたとは言えない」ということの起こる可能性が半々だとして16人以上がよく眠れたという回答する可能性を調べるため、コインを20回投げるという試行を繰り返す。例えば、40人のクラスで、一人がこの試行を5回実施する。表(オモテ)を「以前よりよく眠れた場合」として表やグラフに整理する。また、30人のうち、24人が同じように答えたとしたら、どうなるか考察してみる。

表の回数	0	1	2	3	16	17	18	19	20
試行									

(第12時)

「課題学習」では、生徒の興味・関心レベルに応じて、取り組むべき課題を与え、選択して提出するものとする。以下は、レポートの具体例である。

(レポート例)

以下の(i)～(iii)のうち、1つを選んで提出しなさい。

レポート(i) 教科書●●●ページ 「効果的な宣伝」の間1～3を考察し、まとめなさい。

レポート(ii) 世の中にあるデータに着目した上で、これまで学習した内容を用いて分析し、傾向や特徴を調べなさい。また、その傾向や特徴から、その結果をどのように生かすことができそうか考察しなさい。

レポート(iii) 相関がありそうな2つの事柄に着目してデータについて、実際に収集・分析して、その相関関係について調べ、考察しなさい。

レポート(i)～(iii)のいずれも、取り組んだ内容を基に評価する。いずれを選んだとしても、思考・判断・表現が見とれるものであれば、同等に評価することにする。

具体的な評価については、下記のような評価することが考えられる。

観点	評価規準		
データの分析で学んだことを用いて身近な問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。	十分満足できる状況 (A)	おおむね満足できる状況 (B)	努力を要する状況 (C)
	データの分析で学んだことを用いて身近な問題を考察するとともに、その結果を的確に分析し、論理的に説明することができる。	データの分析で学んだことを用いて身近な問題を考察し、その結果を的確に分析することができる。	データの分析が適切な方法(収集するデータ・データ数・分析方法)で行われていない。

「努力を要する」状況(C)の生徒に対しては、なぜ、その分析が適切でないかを考えさせることが必要であり、具体例をもって示す方法が考えられる。例えば、データ数が不足する場合が想定されるので、そのような生徒には、次の問いに取り組みせる。(高等学校学習指導要領解説 数学編・理数編 解説参照)

ある数学のテストで、ある参考書の使用の有無と合否の結果を表にまとめると、次のようになった。

参考書の使用	学年	合	否
有	1学年	3人	4人
	2学年	8人	2人
無	1学年	12人	38人
	2学年	32人	10人

(i) 参考書の使用の有無別に割合でまとめた下の表を埋めよ。

参考書の使用	合	否
有	%	%
無	%	%

(ii) 学年別に割合でまとめた下の表を埋めよ。

学年	合	否
1 学年	%	%
2 学年	%	%

(iii) このデータから推測できることについて考察せよ。また、(i)、(ii)の結果から、データの分析をする際に注意すべきことが何か答えよ。

(i) については、以下のとおり。

参考書の使用	合	否
有	65%	35%
無	49%	51%

(ii) については、以下のとおり。

学年	合	否
1 学年	26%	74%
2 学年	77%	23%

(i) だけを見ると、参考書の有無が合否に関係しているように見えるが、それよりも学年の違いによる方が影響力の高いことが読み取れる。また、参考書の使用者が少ないため、それによって参考書の有無が影響を及ぼしていると言えるかどうかは安易には判断できない。このように、具体例を出しながら考えさせ理解につなげることで、「努力を要する」状況(C)の生徒に対して「おおむね満足できる状況」(B)に評価を上げるための手立てとする。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

振り返りシートを用いて評価する。

他に、例えば、(第11時)のレポート(iii)の内容「相関がありそうな2つの事柄に着目してデータについて、実際に収集・分析して、その相関関係について調べ、考察しなさい。」について、グループ学習を課すことも考えられる。各グループは、その内容について、わかりやすく資料にまとめた上で、ICTを用いて発表する。聴衆者は、発表された内容を踏まえて質問し、発表者が答えるようにする。終了後は、振り返りシートを用いて、良かった点や改善アドバイスを共有する。

なお、評価は、記述内容によって、以下の段階別で評価する。

【第1段階】数学の学習内容についての具体的な記述はなく、抽象的な言葉が多い。

【第2段階】数学の学習内容についての具体的な記述がある。

【第3段階】他人の具体的な考えについて、自分がどう思ったかが記述されている。

【第4段階】他の考えなどから自分の考えを見直し、発展的に考えている記述がある。

※上越教育大学教職大学院研究紀要 第3巻 平成28年2月「生徒による振り返りを視点とした授業改善への実践的アプローチ—生徒の学習感想を分析する枠組みの開発とその実践的検討—」より

数学科 事例4 (数学Ⅱ)

単元名 いろいろな式	内容のまとめり (1) いろいろな式
---------------	-----------------------

1 単元の目標

- (1) いろいろな式についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数理化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 数の範囲や式の性質に着目し、等式や不等式が成り立つことなどについて論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、いろいろな式について事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。
- (3) いろいろな式について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 三次の乗法公式及び因数分解の公式を理解し、それらを用いて式の展開や因数分解をすることができる。 ② 多項式の除法や分数式の四則計算の方法について理解し、簡単な場合について計算することができる。 ③ 数を複素数まで拡張する意義を理解し、複素数の四則演算をすることができる。 ④ 二次方程式の解の種類の判別及び解と係数の関係について理解している。 ⑤ 因数定理について理解し、簡単な高次方程式について因数定理などを用いてその解を求めることができる。	① 式の計算方法を既に学習した数と式の計算と関連付け多面的に考察することができる。 ② 実数の性質や等式の性質、不等式の性質などを基に、等式や不等式が成り立つことを論理的に考察し、証明することができる。 ③ 日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、方程式を問題解決に活用することができる。	① 事象をいろいろな式の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (30時間)

本単元「いろいろな式」を、内容のまとめりである四つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 式と計算	10時間	30時間
2. 等式・不等式の証明	6時間	
3. 複素数と二次方程式の解	7.5時間	
4. 高次方程式	5.5時間	
単元のまとめ	1時間	

※課題学習は適宜授業内に取り入れるものとする。

※生徒の既習内容の定着状況を把握するため、学校の現状に応じ、適宜レディネステストを実施する。

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・三次式の展開と因数分解ができるようにする。	知		知①：行動観察
2	・パスカルの三角形の性質を通して、それを一般化し、二項定理を導くことができるようにする。 ・二項定理を用いた展開ができるようにする。	思 知		思①：行動観察 知①：行動観察
3	・二項定理を振り返り、一般項を用いた係数の求め方が理解できるようにする。 ・ $(a + b + c)^n$ の展開式を二項定理を利用し、考察することができるようにする。 ・多項定理を導くことができるようにする。	知 思		知①：行動観察 思①：行動観察
4	・整式の割り算を理解できるようにする。 ・割り算で成り立つ等式を理解し、利用できるようにする。	知 思		知②：行動観察 思①：行動観察
5	・2種類以上の文字を含む整式の割り算を、1つの文字に着目することで、1文字の場合と同様に考えることができることに気づかせるようにする。 ・2種類以上の文字を含む整式の割り算を行うことができるようにする。	思 知		思①：行動観察 知②：行動観察
6	・分数式に関する基本性質を理解し、約分、四則演算をすることができるようにする。	知		知②：行動観察
7	・恒等式の定義・性質を理解し、恒等式における文字定数を決定させることができるようにする。	知		知②：行動観察
8	・恒等式の定義・性質を理解し、代入法を利用して係数を決定させることができるようにする。 ・恒等式の係数を決定する際に、係数比較法と代入法とを、比較して考察できるようにする。	思		思①：行動観察、ノート
9	・小単元1の学習内容についてのテストに取り組み、小単元1で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元1のテストと学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②：テスト 思①：テスト 態①②：ノート、振り返りシート
10	・等式を証明する方法を理解できるようにする。 ・条件付きの証明をすることができるようにする。	思		思②：行動観察
11	・実数の大小関係の基本性質を利用し、不等式の証明の仕方を理解できるようにする。	思		思②：行動観察
12	・実数の平方の性質、平方の大小関係を利用し、不等式を証明することができるようにする。 ・不等式の証明を通じて、三角不等式にそれを利用しようとする。	思		思②：行動観察
13	・絶対値の性質を利用し、絶対値を含む不等式の証明をすることができるようにする。	思		思②：行動観察
14	・相加平均と相乗平均の大小関係を理解できるようにする。	思		思②：行動観察

	・相加平均と相乗平均の大小関係を利用し、不等式の証明ができるようにする。			
15	・小単元2の学習内容についてのテストに取り組み、小単元2で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○ ○	思②：テスト 態①②：ノート、振り返りシート
16	・二次方程式が常に解をもつように考えられた複素数に興味関心を示し、考察することができるようにする。 ・ i の定義、複素数の定義、複素数の相等の定義が理解できるようにする。 ・複素数の四則計算ができるようにする。	知		知③：行動観察
17	・負の数の平方根を理解し、計算ができるようにする。 ・二次方程式の解を、数の範囲を複素数まで広げて導くことができるようにする。	知		知③：行動観察
18	・二次方程式の解の種類を判別することができるようにする。 ・判別式 D の代わりに $D/4$ を用いても解の種類を判別できることを理解し、積極的に用いることができるようにする。	知 思		知④：行動観察 思①：行動観察
19	・二次方程式解と係数の関係を理解し、2つの解の和と積の値を求めることができるようにする。 ・解と係数の関係を利用し、二次方程式の係数を決定させることができるようにする。	知		知④：行動観察
20	・複素数の範囲において、二次式の因数分解をすることができるようにする。	知		知④：行動観察
21	・和と積が与えられた2数を決定させることができるようにする。	知		知④：行動観察
22	・二次方程式の解の存在範囲から、方程式の係数の範囲を決定することができるようにする。	知		知④：行動観察
23	・小単元3の学習内容についてのテストに取り組み、小単元3で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元3の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知④：テスト 態①②：ノート、振り返りシート
24	・整式を一次式で割ったときの余りについて、剰余の定理で考察することができるようにする。 ・剰余の定理を理解し、余りを求めることができるようにする。 ・剰余の定理を利用し、整式を決定させることができるようにする。	思 知		思①：行動観察 知⑤：行動観察
25	・整式が $x - k$ で割り切れることを式で表現できるようにし、因数定理を導くことができるようにする。 ・因数の定理を理解し、三次式の因数分解をすることができるようにする。	思 知		思①：行動観察 知⑤：行動観察

	・日常生活や社会の事象の中で、高次方程式を活用して問題を解決できるようにする。	思		知③：行動観察
26	・因数分解の公式を利用する三次方程式の解法を理解できるようにする。 ・複二次方程式の解法を理解できるようにする。	知		知⑤：行動観察
27	・因数定理を利用する三次方程式の解法を理解できるようにする。	知		知⑤：行動観察
28	・ n 次方程式が n 個の解をもつことを理解できるようにする。 ・虚数解が与えられたとき、方程式の係数を決定できるようにする。	知		知⑤：行動観察 態①：ワークシート
29	・小単元4の学習内容についてのテストに取り組み、小単元4で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元4の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知⑤：テスト 思③：テスト 態①②：振り返りシート
30	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①～⑤：単元テスト 思①～③：単元テスト

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

第7時では、恒等式の定義、性質について学習する。特に、同じ等式である「 x についての方程式」と「 x についての恒等式」の意味の違いをしっかりと理解できるよう指導する必要がある。

第9時で行うテスト問題の1つとして次のような問題を出題する。

問1 次の等式は、 x についての恒等式または x についての方程式のどちらに当てはまるか答えよ。また、その理由も書きなさい。

(1) $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$

(2) $x(x-1) + x = 2x$

(3) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{2x+1}$

(4) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}$

問2 次の等式が x についての恒等式となるように、定数 a 、 b 、 c の値を定めよ。

(1) $(a-1)x^2 + (ab-1)x - b - c = 0$

(2) $\frac{1}{x^3+1} = \frac{a}{x+1} + \frac{bx+c}{x^2-x+1}$

問3 等式 $(k+1)x - (2k+3)y - 3k - 5 = 0$ が、 k のどのような値に対しても成り立つように、 x 、 y の値を定めよ。

問1では、 x についての恒等式、方程式の違いを明確に言葉で表現できているか評価する。一般に、 x についての恒等式は、「 x にどんな値を代入しても成り立つ等式」、 x についての方程式は、「 x に特別な値を代入したときに限り成り立つ等式」と分類されている。しかし、方程式の中には、解が不定になるものもあり、方程式とはいいいくなくなり、混乱することもあるので、解がなくても不定でも解があるかどうか考えるなら方程式で、ある変域内の文字の値について常に成り立つかどうかを考え成り立てば恒等式であるという区別もあることを補足しておく。できていない生徒には、第7時で学習した恒等式の意義を振り返らせるようにする。

問2では、恒等式の性質を理解し、問題の解決に利用できているかを評価する。できなかった生徒には、

第6時を振り返るよう促すとともに、恒等式の性質の理解が足りないのか、分数式等の四則演算が正しくできていなかったのか、誤答の原因を明確にさせる。

問3では、 k についての恒等式とみることができたかを評価し、できなかった生徒に対しては、再度恒等式の定義を振り返らせる。

(2) 思考・判断・表現

(i) 第8時において、恒等式の係数決定の方法として、係数比較法と数値代入法を指導する。特に、数値代入法により決定した係数は、 x に代入した値に対してのみ等式が成り立つ係数であり、どのような x についても等式が成り立つとは限らないので、その係数で恒等式になるかどうか確かめなければならないことに留意して指導するようにする。数値代入法で解く場合は、一般に必要な条件として未定係数が求められるから、それが十分条件であることを断ってなければならないので、解答を作成するにあたり、記述にもそのことを明記するよう示す。例えば、次のような問題で、それぞれの有用性を考察する。

次の問において、係数比較法と数値代入法の2通りで解答を作成しなさい。

問 次の等式が x についての恒等式となるように、定数 a 、 b 、 c 、 d の値を定めよ。

(1) $x^2 + (ax - 1)(x + b) = 2x^2 + c$

(2) $x^3 = (x + 1)^3 + a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$

(3) $x^3 - 1 = a(x - 1)(x - 2)(x - 3) + b(x - 1)(x - 2) + c(x - 1) + d$

(4) $x^3 = ax(x - 1)(x - 3) + b(x - 2) + c$

まとめ(気付いたこと)

上記の問題を通して、係数比較法と数値代入法を考察する。提示された問題に対して、効率的な解法を選択する思考力を身に付けられるようにし、恒等式の係数決定の方法について理解を深めることができるようにする。特に、(4)では、 a 、 b 、 c の値は存在しない。数値代入法で、 $x = 0$ 、 $x = 1$ 、 $x = 2$ とおき、これらを解いて、 $a = -3$ 、 $b = 1$ 、 $c = 2$ としたのでは不十分である。これらは、必要条件であるが、十分条件でないことを確認する。まとめでは、思考の変化や分かったことを記述させ、思考を言語化させ整理させる。

(ii) 第26時では、3次方程式の解法を学ぶ。左記の指導の基に、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、方程式を問題解決する方法として3次方程式を利用することができるかを評価するために、第30時では、テスト問題の1つとして次のような問題を出题する。

縦の長さが高さより2 cm短く、横の長さが高さより3 cm長い直方体の形状で、容積が 350 cm^3 の箱を作りたい。箱の縦、横、高さの長さを求めよ。

未知数を文字置くことで、方程式を立て、日常の事象の問題解決に利用できたかや問題解決に方程式を利用するよさに気付けたかを評価し、また、その方程式を正しく解くことができたかを捉える。できなかった生徒には、第26時・第27時を振り返り、高次方程式を正確に解くために因数分解の公式の確認と因数定理の考え方を復習するよう促す。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

第28時で、はじめに n 次方程式が n 個の解をもつことを理解し、虚数解が与えられたとき、解を代入する方法で方程式の係数を決定できるようにする。また、一般に係数が実数である n 次方程式の解の1つが虚数ならば、それと共役な複素数も解であることが知られていることを理解させる。その後、以下のワークシートを利用して、他にも解法が考えられないかグループで考察させることで、多様な問題解決方法や過程を振り返って考察を深めたり、改善したりする機会を設ける。

課題 次の問題の解答の方針を3通り考えよ。

a, b は実数とする。3次方程式 $x^3 - 3x^2 + ax + b = 0$ が $1 + 2i$ を解にもつとき、定数 a, b の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

方針①：

解答)

方針②：

解答)

方針③：

解答)

<自分で思いついた方針はいくつありましたか>

<参考になったメンバーの方針や意見>

<グループ学習の感想・よかった点>

<今後の自分自身の課題>

上記の課題は、多様な解法が考えられるので、多面的、多角的に問題を考察できる。評価に関しては、多様な解法を意欲的に考えているか、既習事項を積極的に活用しようとしているか、他者の意見や考えを取り入れたり、試行錯誤しながら多様な考えを理解し、粘り強く問題解決のために努力しているかを観察する。また、シートに参考になった考えや自分自身では気づけなかった考え、思考の変化などをまとめ記述するように指示し、高次方程式の解についての理解の深まりを捉え、評価につなげる。例えば、既習内容を踏まえ、数学的根拠に基づいて粘り強く考え、周囲に対して思考過程や解法の手順を正しく説明している様子が伺える生徒にはA、自分自身の理解が不十分であるところに気づき周囲の考えを取り入れ補おうとしている生徒にはB、既習事項の定着が不十分で、取り組むことが困難な様子の生徒はCとするなどが考えられる。Cの生徒には、方程式の解の意味や第16時の複素数の相等の定義等を振り返るよう支援する。

単元名

図形と方程式

内容のまとめ

(2) 図形と方程式

1 単元の目標

- (1) 図形と方程式についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数理化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、方程式を用いて図形を簡潔・明瞭・的確に表現したりする力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力を身に付ける。
- (3) 図形と方程式について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ① 座標を用いて、平面上の線分を内分する点、外分する点の位置や二点間の距離を表すことができる。 ② 座標平面上の直線や円を方程式で表すことができる。 ③ 軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めることができる。 ④ 簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 座標平面上の図形について構成要素間の関係に着目し、それを方程式を用いて表現し、図形の性質や位置関係について考察することができる。 ② 数量と図形との関係などに着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、コンピュータなどの情報機器を用いて軌跡や不等式の表す領域を座標平面上に表すなどして、問題解決に活用したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 事象と図形と方程式の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (26時間)

本単元「図形と方程式」を、内容のまとめである四つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数
1. 点と直線	10時間
2. 円	8時間
3. 軌跡と領域	7時間
単元のまとめ	1時間
26時間	

※課題学習は適宜授業内に取り入れるものとする。

※生徒の既習内容の定着状況を把握するため、学校の現状に応じ、適宜レディネステストを実施する。

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・線分の内分点，外分点の公式をとらえられるようにする。 ・数直線上において，2点間の距離，線分の内分点，外分点の座標が求められるようにする。	知		知①：行動観察
2	・座標平面上において，2点間の距離が求められるようにする。 ・図形の問題を座標平面上で代数的に解決する解法のよさを知ることができるようにする。 ・図形の性質を証明する際に，計算が簡単になるように座標軸を適切に設定できるようにする。	知 思		知①：行動観察 思①：行動観察
3	・座標平面上において，線分の内分点，外分点の座標が求められるようにする。 ・点の座標を求めるのに，図形の性質を適切に利用できるようにする。	知 思		知①：行動観察 思①：行動観察
4	・三角形の重心の座標の公式を理解できるようにする。	知		知①：行動観察
5	・与えられた条件を満たす直線の方程式を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
6	・切片形の公式に興味を持ち，それを利用して直線の方程式を求めようとする。 ・2直線の平行条件，垂直条件を理解できるようにする。	知 態	○	知②：行動観察 態①：ワークシート
7	・2直線の平行条件，垂直条件を理解し，図形的条件を式で表すことに利用できるようにする。	知		知②：行動観察
8	・点と直線の距離の公式を理解し，利用できるようにする。	知		知②：行動観察
9	・小単元1の学習内容についてのテストに取り組み，小単元1で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元1の学習を振り返り，振り返りシートに記述することを通して，その後の学習を見通すことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知①②：テスト 思①：テスト 態①②：振り返りシート
10	・円の方程式が x, y の二次方程式で表せることを理解できるようにする。 ・与えられた条件を満たす円の方程式が求められるようにする。	知		知②：行動観察
11	・ x, y の二次方程式を変形して，その方程式が表す図形を調べることができるようにする。 ・3点を通る円はこの3点を頂点とする三角形の外接円であることを理解できるようにする。 ・3点を通る円の方程式を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
12	・円と直線の共有点の座標を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
13	・円と直線の共有点の個数を，二次方程式の実数解の個数で考察することができるようにする。	思		思①：行動観察
14	・円の中心から直線までの距離と円の半径の大小関係を代数的に処理することで，円と直線の位置関係を考えることができ	思		思①：行動観察

	<p>るようにする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・円と直線の位置関係を、適切な方法で調べることができるようにする。 			
15	<ul style="list-style-type: none"> ・円の接線の公式を理解して、それを利用できるようにする。 ・円外の点から引いた接線の方程式を求めることができるようにする。 	知		知②：行動観察
16	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの円の位置関係を、中心間の距離と半径の関係で考察することができるようにする。 ・2つの円の位置関係を中心間の距離と半径の関係から調べることができ、また、円の方程式を求めることができるようにする。 	思 知		思①：行動観察 知②：行動観察
17	<ul style="list-style-type: none"> ・2つの円の共有点の座標を求める際に、適切な方法で文字を消去することができるようにする。 ・2つの円の交点を通る円の方程式に興味・関心を持ち、具体的な問題に利用しようとする。 	知		知②：行動観察
18	<ul style="list-style-type: none"> ・小単元2の学習内容についてのテストに取り組み、小単元2で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。 	知 思 態	○ ○ ○	知②：テスト 思①：テスト 態①②：振り返りシート
19	<ul style="list-style-type: none"> ・平面上の点の軌跡を、座標平面を利用して考察することができるようにする。 ・軌跡を求めるには、逆についても調べる必要があることを理解できるようにする。 ・点が満たす条件から得られた方程式を、図形として考察することができるようにする。 	思		思①：行動観察
20	<ul style="list-style-type: none"> ・軌跡の定義を理解し、与えられた条件を満たす点の軌跡を求められるようにする。 ・媒介変数処理が必要な軌跡の求め方を理解できるようにする。 	知		知③：行動観察
21	<ul style="list-style-type: none"> ・不等式を満たす解を、座標平面上の点の集合としてみることができる、不等式の表す領域を図示できるようにする。 	知		知④：行動観察
22	<ul style="list-style-type: none"> ・連立不等式の表す領域を図示することができるようにする。 ・正領域、負領域の考えを理解して利用することができるようにする。 	知		知④：行動観察
23	<ul style="list-style-type: none"> ・線形計画法では $(x, y \text{ の一次式}) = k$ とおいて、この式が直線を表すことを利用することができるようにする。 ・領域を利用する一次式の最大値・最小値の求め方を理解できるようにする。 ・工業や経済に関わる事象の中で最大値、最小値の考察に線形計画法を活用して問題を解決できるようにする。 	思 態		思②：行動観察 態①：ノート
24	<ul style="list-style-type: none"> ・不等式を含む命題を、不等式の表す領域を用いて証明することに興味・関心をもつことができるようにする。 ・条件の真理集合を考えることにより、命題の真偽を真理集合 	思 態		思②：行動観察 態①：ノート

	の包含関係として考察できるようにする。 ・領域を利用して、命題を証明することができるようにする。			
25	・小単元3の学習内容についてのテストに取り組み、小単元3で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。 ・小単元3の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	知③④：テスト 思①②：テスト 態①②：振り返りシート
26	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①～④：単元テスト 思①～②：単元テスト

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

第22時では、不等式を満たす解を、座標平面上の点の集合としてみることができる、不等式の表す領域を図示できるように指導する。これを基に第25時では、不等式の領域を理解しているかを評価するために、第25時で行うテスト問題の1つとして次のような問題を出題する。

次の間に答えよ。

(1) 不等式 $y < \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ の表す領域を図示しなさい。

(2) $4s - 3t + 1 > 0$ を満たす実数 s, t がある。点 $P(s, t)$ は、直線 $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ の上方にあるか、または、下方にあるか答えよ。その理由も書きなさい。

テストを回収し、(1)では、不等式の表す領域を正しく図示できているかを評価する。(2)では、不等式を満たす解を、座標平面上の点の集合としてみることができ、直線と点Pの位置関係を判断できるかどうかを評価する。(1)ができていない生徒には、不等式を満たす点 (x, y) 全体の集合はどのような図形を表すのかを、第8時の活動を振り返り理解できるようにする。(2)ができていない生徒は、(1)をふまえて、直線と点の位置関係を不等式から捉えられるように、(1)と同様に第8時を振り返るよう促す。

(2) 思考・判断・表現

第23時の前半では、線形計画法の問題を取り上げる。与えられた領域内のすべての点 (x, y) について、 (x, y) の一次式 $= k$ とおいて、この式が直線を表すことを利用できるよう指導する。特に、注意しなければならないのが、正確に直線の傾きを図示しないと、正しい判断ができないことである。交点がいつでも最大値や最小値にならないことに留意して指導する。さらに、第23時の後半では、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、不等式の表す領域を問題解決に活用できるように指導する。例えば、次のような問題を取り上げ、考察するよう促す。

問 ある工場では、製品A、Bを作っている。製品Aを1kg作るには原料P、Qがそれぞれ1kg、3kg必要である。製品Bを1kg作るには、原料P、Qがそれぞれ2kg、1kg必要である。原料P、Qの1日の最大使用量はそれぞれ200kg、400kgとなっている。製品Aは1kgあたり2000円の利益があり、製品Bは1kgあたり1000円の利益があるとき、次の間に答えよ。

(1) 1日に製品A、Bをそれぞれ、 x kg、 y kg作るとして $(x \geq 0, y \geq 0)$ 、原料P、Qの最大使用量を表す連立不等式を作り、その連立不等式の表す領域を図示しなさい。

(2) 利益を x, y を用いて表せ。

(3) 利益を最大にするには、製品A、Bをそれぞれ何kg作ればよいか。またそのときの利益はいくらか。

振り返り(感想・参考になった考え方)

(1)(2)で題意から立式することができない生徒には、教師側から題意を丁寧に説明したり、また、ペア学習やグループ学習を取り入れ、互いに言語活動を行うことで解決を図らせるようにする。立式後、領域の図示ができていない生徒には、第22時を振り返り、連立不等式の表す領域の図示の仕方を復習するよう促す。(3)では、線形計画法を利用して解決できたかを評価する。最後に振り返りを記入させる。振り返りの記述からは、数量と図形との関係などに着目し、工業に関わる事象を数学的に考え、線形計画法を問題解決に利用することのよさ、有用性に気付けたかや思考の変化を捉えるようにする。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

第6時では、次のようなワークシートを利用してグループ活動を行い、数学的活動に取り組む機会を設ける。問題解決のために粘り強く取り組んでいる様子や試行錯誤している様子を観察したり、自分以外の考え等を積極的に取り入れ考察を深めたり、改善したりしようとした様子や振り返りの記述を見取り評価につなげるようにする。特に、振り返りの記述に当たっては、グループ活動や問題を考察して初めて分かったこと、自分の思考の変化等をしっかり書くよう促す。

課題1 直線 $(k+3)x - (2k+1)y + 4k - 3 = 0 \cdots \textcircled{1}$ は、 k の値にかかわらず定点を通ることを示しなさい。
また、その定点の座標を求めよ。

課題1の振り返り(感想・気づいたこと)

課題2 2直線 $4x + 3y + 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$ 、 $5x - 2y - 3 = 0 \cdots \textcircled{3}$ について、次の問に答えよ。

(1) $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の交点を通り、点A(-1, -2)を通る直線の方程式を求めよ。

(2) 太郎君は、「 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の交点を通る直線の方程式は、一般に $(4x + 3y + 2) + k(5x - 2y - 3) = 0 \cdots \textcircled{4}$ と表すことができる。」と考えた。この太郎君の考えが正しいかどうかを考察しなさい。

課題2の振り返り(感想・気づいたこと)

課題1においては、 $\textcircled{1}$ が k についての恒等式となっていることに気付かせたい。活動が滞っているグル

ープには、「 k の値にかかわらず」という記述に注目させ支援するようにする。 k に複数の適当な値を代入することで座標を求めた解答については、代入した値以外で定点を通ることについてどのように保証するのかを考えさせる。また、視覚的に理解を深める工夫として、グラフ表示アプリのスライダー機能を活用し、 k を動かしても、必ず定点を通ることを確認することも考えられる。

課題2の(1)においては、多くの生徒が②と③の交点B $(\frac{5}{23}, -\frac{22}{23})$ を求め、2点A, Bを通る直線について公式を利用して求めるものと考えられる。やや計算が煩雑にはなるが、正答を導くことはできる。しかし、今後に学習する「円」の小単元では、一方が円の場合や、両方円の場合も取り扱うことになり、この場合は簡単に交点が求まらないため、2直線の交点を通る直線の方程式が課題2(2)の④の式の形に表して求めていくことが有効となることを実感させたい。このとき、本質を理解せずに④の式の形を暗記して当てはめる生徒の様子が想定されるため、課題2(2)を通して、④の式について考察することが深い理解につながり、この式を活用できるようになると考える。異なる2式の一方を k 倍して足す④の式の形に違和感を持つ生徒が多くいると予想されるので、なかなか言語活動が活発にならなかつたり、滞ってしまったりした時は、ある程度方針を示し、活動の支援をする。例えば、「そもそも④は②と③の交点を通っているのか」「そもそも④は直線になるか」等の問いかけを行う。④が②と③の交点を通ることについては、課題1の学習内容につながっており、生徒がそのことに気付けるよう支援しながらグループ活動を見守る。さらに、④が直線になることは、 $(5k+4)x + (-2k+3)y - 3k + 2 = 0$ が直線になることと同値であり、一般に、 $ax + by + c = 0$ が直線にならないとすればどのような条件が必要になるか考察させてもよい。本題である「②, ③の交点を通る直線の方程式が④で表せるか」については、「②, ③の交点を通る直線はすべて④の形で表せるか」、言い換えれば、「④は交点を通るすべての直線を表しているか」ということであるが、グラフ表示アプリのスライダー機能を用いて視覚的に確認し、概ね表せそうではあるものの、実は③の直線だけはこの式で表せないことに気付かせるとともに、余力のある生徒にはどうすれば一般的な形として表せるのかを考えさせたい。

なお、このグループ活動で、わかりやすく説明しようと試行錯誤しながら言語活動を行うことで、2直線の交点を通る直線に対する理解を深めることができたかを活動の様子や振り返りの記述から評価する。例えば、既習内容を踏まえ、積極的に数学的根拠に基づいて粘り強く考え、周囲に対して思考過程や考察を正しく説明している様子が伺える生徒にはA、自分自身の理解が不十分であるところに気付き周囲の考えを取り入れ補おうとしている生徒にはB、既習事項の定着が不十分で、取り組むことが困難な様子の生徒はCとするなどが考えられる。Cの生徒には、単元「いろいろな式」で学んだ恒等式の定義や第5時で学習した直線の方程式について振り返るよう支援する。

数学科 事例6 (数学A)

単元名
図形の性質

内容のまとめり
(1) 図形の性質

1 単元の目標

- (1) 図形の性質についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 図形の構成要素間の関係などに着目し、図形の性質を見だし、論理的に考察する力を身に付ける。
- (3) 図形の性質について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ① 三角形に関する基本的な性質について理解している。 ② 円に関する基本的な性質について理解している。 ③ 空間図形に関する基本的な性質について理解している。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 図形の構成要素間の関係や既に学習した図形の性質に着目し、図形の新たな性質を見だし、その性質について論理的に考察したり説明することができる。 ② コンピュータなどの情報機器を用いて図形を表すなどして、図形の性質や作図について統合的・発展的に考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ① 事象を図形の性質に関心の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しよう通したり、粘り強く考え、数学的論拠に基づいて判断しよう通している。 ② 問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善しよう通している。

3 指導と評価の計画 (26時間)

本単元「図形の性質」を、二つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 三角形の辺と比	8時間	26時間
2. 円	7時間	
3. 作図	4時間	
4. 空間図形	6時間	
単元のまとめ	1時間	

※生徒の既習内容の定着状況を把握するため、学校の実状に応じ、適宜レディネステストを実施する。

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・線分の内分・外分、平行線と比などの基本事項を理解し、定理を適切に利用して、線分の比や長さを求めることができるようにする。	知		知①：行動観察

2	・図形の性質を証明するのに、適切な補助線を引き、既習事項を用いて論理的に考察できるようにする。	思		思①：行動観察
3	・三角形の外心に関する性質に興味を示し、考察し、外心の定義、性質を理解できるようにする。	知	○	知①：行動観察・レポート
4	・三角形の内心に関する性質に興味を示し、考察し、内心の定義、性質を理解できるようにする。	知		知①：行動観察
5	・三角形の重心に関する性質に興味を示し、適切な補助線を引いて考察し、重心の定義、性質を理解できるようにする。また、間接的な証明法である同一法が理解できるようにする。	思	○	思①：行動観察・レポート
6	・チェバの定理に興味を示し、既習事項を活用し考察することを通して、チェバの定理を理解できるようにする。	知		知①：行動観察
7	・メネラウスの定理に興味を示し、既習事項を活用し考察することを通して、メネラウスの定理を理解できるようにする。	知	○	知①：行動観察・レポート
8	・チェバの定理、メネラウスの定理を、三角形に現れる線分比や図形の面積比を求める問題に活用できるようにする。 ・小単元1の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知①：行動観察・小テスト※小テストの結果は指導などに生かす。 態①②：行動観察・振り返りシート
9	・円周角の定理を確認し、三角形の外接円は必ず存在するが、三角形以外の場合は必ずしも存在しないことから、四角形が円に内接する条件を円周角の定理を利用し、考察しようとする。	知 態	○	知②：行動観察・レポート 態①：行動観察
10	・四角形が円に内接するための条件を利用して、図形の性質を証明できるようにする。	知		知②：行動観察
11	・円の接線の性質を利用して、線分の長さを求めることができるようにする。	知	○	知②：行動観察・レポート
12	・円の接線と弦の作る角についての定理を証明する際に、場合分けをしながら考察し、円の接線と弦の作る角についての性質を利用して、角の大きさを求めることができるようにする。	思		思①：行動観察
13	・方べきの定理における $PA \cdot PB$ (方べき) の値の意味を理解し、線分の長さを求めることができるようにする。	知	○	知②：行動観察・レポート
14	・2つの円を動的にとらえて、それらの位置関係を考察し、2つの円の位置関係と、中心間の距離と半径の関係を積極的に考察できるようにする。	知		知②：行動観察
15	・共通接線の定義を理解し、接点間の距離の求め方が理解できるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知②：行動観察・小テスト※小テストの結果は指導などに生かす。 態①②：行動観察・振り返りシート
16	・作図の公法を理解し、中学校で学んだ垂線や角の二等分線などの作図ができるようにする。	知	○	知②：行動観察・レポート
17	・平行線と線分の比の性質を利用すると、内分点・外分点が作図できたり、 b/a の長さをもつ線分が作図できることに気付くことができるようにする。	思		思①：行動観察
18	・平行線と線分の比の性質を利用すると、内分点・外分点が作	思		思①：行動観察

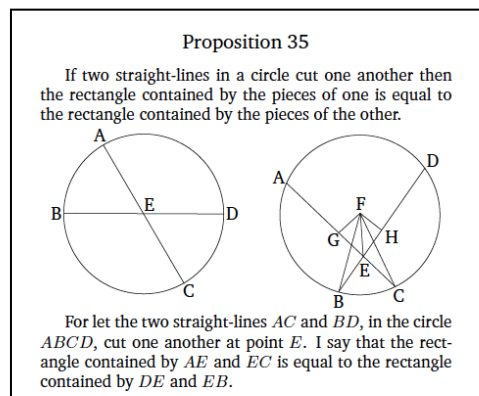
	図できたり，ab の長さをもつ線分が作図できることに気付くことができるようにする。			
19	・ \sqrt{a} の長さをもつ線分の作図の方法を利用し，得られた図形が確かに条件を満たすことを確認することができるようにする。 ・小単元3の学習を振り返り，振り返りシートに記述することを通して，その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○ ○	思①：行動観察・小テスト※小テストの結果は指導などに生かす。 態①②：行動観察・振り返りシート
20	・空間における2直線の位置関係やなす角を理解できるようにする。	知		知③：行動観察
21	・空間における直線と平面の位置関係を確認し，直線と平面が垂直になるための条件を，与えられた立体に当てはめて考察できるようにする。	態	○	態①：行動観察・レポート
22	・空間における2平面の位置関係を確認し，直線や平面が平行または垂直となるかどうかを，与えられた条件から考察できるようにする。	思		思①：行動観察
23	・正多面体の特徴を理解し，それに基づいて面，頂点，辺の数を求めることができるようにする。	知	○	知③：行動観察・レポート
24	・オイラーの多面体定理がどんな凸多面体でも成り立つかどうか考察することができるようにする。	知		知③：行動観察
25	・正多面体の満たす条件を理解し，正多面体から切り取った立体がまた正多面体であることを示すことができるようにする。 ・小単元4までの学習を振り返って，振り返りシートに分かったことや疑問，問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して，学習の成果が実感できるようにする。	知 態	○ ○	知③：行動観察・小テスト 態①②：振り返りシート
26	・単元全体を通して学習内容についてのテストに取り組み，単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①②③思①②：単元テスト・レポート

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

単元1「平面図形」において，単元の評価規準（知②）について，次のような評価の方法が考えられる。
（第13時）

方べきの定理の起源はユークリッドの「原論」にあり，定理35とされている。このユークリッド原論は紀元前3世紀ごろに数学者のユークリッドによって編纂されたといわれる数学書である。英訳文は図のようになるが，生徒自身に和訳を指示し，どのようになるか辞書（携帯）で確認をさせ，評価することができる。和訳は「もし，円内の二つの直線が互いに交わるならば，一方の線分でできる長方形は他方の線分でできる長方形に等しい」と訳すことができることを確認し，このユークリッドの「原論」では交点がどこにあるかは書かれていないので，交点は円内でも円外でもかまわないことになる。二本の直線の位置関係は，大きく2通りあり，特別な場合通して片方が接線の場合（ユークリッド原論定理36）があることを確認する。一般的な証明については，教科書のように



中学校の既習内容である円周角の定理と三角形の相似を利用すれば証明できるが、どの三角形に着目し、対応する辺や角の関係をみることで評価する。方べきの定理であるが $AE:CE=BE:DE$ と間違えてしまう生徒も多いが、実際に定理の基となる「原論」を自分自身で和訳し確認することでこのような間違いは減少するものと考えられる。また、「べき」とは「累乗」と同じ意味を表し、掛け算を表していることを注意することでも間違いは減少するものと考えられる。

具体的な評価については、「円周角の定理と三角形の相似を利用し、方べきの定理の概念を正しく理解することができた」生徒は「十分満足できる」状況（A）、「既習内容の定着が不十分であり、方べきの定理を正しく理解することができない」生徒については、「努力を要する」状況（C）などと評価することが考えられる。「努力を要する」状況（C）の生徒に対しては、中学校段階での既習内容の定着が不十分であることが予想されるため、再度円周角の定理や三角形の相似の確認から支援することが必要となる。その中で図形を視覚的に捉えることや既習内容と方べきの定理との関係を理解するなど、その学習後の定着を見据えた支援を通して、生徒の思考を促し、「おおむね満足できる状況」（B）への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

（2）思考・判断・表現

単元1「平面図形」において、単元の評価規準（思①）について、次のような評価の方法が考えられる。

（第19時）

正五角形を作図してみよう。（一辺が任意の正五角形を作図を考える）

古代より人間が最も美しいと感じる比率を通して、「黄金比」（ $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ）と呼ばれるものがある。歴史的建造物や美術品をはじめ、近代ではデザインの構図などにも取り入れられている。例えば、パルテノン神殿、ミロのビーナス、ピラミッド、モナ・リザ、パリの凱旋門などの歴史的建造物や美術品やAppleのロゴ、Googleのロゴ、Twitterのロゴなどのデザインも黄金比を利用して作られていることに興味関心を抱く。

正五角形はアメリカ国防省の本部建物の形にもなっており、一辺の長さとお角線の長さが「黄金比」となっている。一辺が1の正五角形のお角線の長さが $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ で表されることを説明する。

生徒のノートに任意の線分ABを与えたとき、辺とお角線の比から線分ABを一辺とする正五角形を作図手順を考える。はじめから、数学的な根拠を示しながら手順をまとめることが難しい場合、「まずは思ったことをノートに書いてみよう」「これまでに学習したことを思い出してみよう」などの既習内容を整理する中で、作図手順の糸口をつかみ表現できるようにする。

生徒が作図を思考する上で、辺とお角線の比を $1:\frac{1+\sqrt{5}}{2}=2:1+\sqrt{5}$ と捉えることができること、また、線分ABを一辺とする正方形から、 $\sqrt{5}AB$ の長さを作図することができることに着目できるよう支援する。ひとつの解答例を通して、以下のようなものがある。

1) 一辺が線分ABの正方形を作図し、お角線を利用することで、 $\sqrt{2}AB$ 、 $\sqrt{3}AB$ 、 $\sqrt{4}AB=2AB$ 、 $\sqrt{5}AB$ の線分を図示することができる。

2) 線分の長さが $(1+\sqrt{5})AB$ の中点をとることで、底辺を線分ABとする二等辺三角形を作図すると、正五角形のお角線のひとつが図示できる。その点を点Cとする。

3) $DC=DA=AB$ となる点Dと、 $EC=EB=AB$ となる点Eを線分AMの反対側にとる。（コンパスの利用）

4) 五点A、B、E、C、Dを結ぶと正五角形となる。（定規の利用）

辺と対角線の長さの比が分かることで、既習内容を踏まえ、正五角形の作図方法を考え、実際に作図できることに気付き、自分の思考過程を論理的に説明ができていないか行動観察を通して評価する。また、複数の作図方法があり、お互いに発表し合うことで、さらに考察を深めることができているかを評価することもできる。

具体的な評価については、「正五角形の作図方法を数学的な表現を用いて簡潔・明瞭・的確に表現し、正五角形の作図が正しくできた」生徒については「十分満足できる」状況（A）、「既習内容の定着が不十分であり、正五角形の作図ができない」生徒については、「努力を要する」状況（C）などと評価することが考えられる。「努力を要する」状況（C）の生徒に対しては、直角三角形における辺と対角線の長さの比に着目し、問題を読み捉えることができずにいることも考えられる。三平方の定理を確認するとともに、高さが一定であることに注意し、直角三角形の底辺の変化に気付くよう支援することで、生徒の思考を促し、「おおむね満足できる状況」（B）への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

<別解>黄金比の作り方

$\sqrt{5}$ は底辺が1、高さが2とするとき直角三角形の斜辺の長さであることを利用し、黄金比を図で表す。

- 1) 一辺が線分ABの正方形を作図する。(コンパス・定規の利用)
- 2) 線分ABの中点Mをとる。(コンパスの利用)
- 3) 中心を点Mとし、点C(点D)を通る円を描き、辺ABの延長との交点を点Eとする。
(コンパスの利用)
- 4) 長方形ABEFを描く。
- 5) AB : AEは黄金比となる。

線分OCは底辺が $\frac{1}{2}$ 、高さが1の直角三角形の斜辺の大きさであるから $\frac{\sqrt{5}}{2}$ となる。OE = OCよりOE = $\frac{\sqrt{5}}{2}$

よってAE = AO + OE = $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となるので、AB : AE = 1 : $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ となり黄金比となる。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

生徒の授業などのノートをもみても、「黒板に書いたものを写す」「教師が言ったことだけを書く」「教師の配布したプリントの穴を埋める」などだけにとどまる生徒が多いが、自分の間違えた理由を書き残したり、「なぜその解き方をするのか」の根拠を考えたりしながらノートをとることも「主体的に学習に取り組む態度」を評価する上で大切だと考える。

単元2「空間図形」において、単元の評価規準(態①)について、次のような評価の方法が考えられる。
(第21時)

次の記述は常に成り立つか。成り立たない場合は、正しくなるように下線部を修正せよ。

(1) 平面 α に平行な直線 l に対し、この直線 l を含む平面 β と平面 α の交線を m とするとき、直線 l と直線 m は常に平行である。

(2) 四面体ABCDにおいて、辺AB上の任意の点Pを通して辺AD、辺BCに平行な平面 α と辺BD、辺DC、辺CAとの交点をそれぞれQ、R、Sとするとき、四角形PQRSはひし形である。

問題文から平面と直線の位置関係を把握できているかを、グループ活動、行動観察及び机間支援を通して確認する。単なる正誤問題とするのではなく、なぜ正しいのか、なぜ正しくないのかの根拠を考え、数学的な言語で表現しよう通しているかを評価する。

(1)においては、平面 α と直線 l が平行であることから、共有点をもたないことを確認する。また、直線

m は平面 α 上にあるから、直線 l と直線 m も共有点をもたず、2 直線 l と m は同一平面 β 上にあることから直線 l と直線 m は常に平行（前時 20 時の既習内容の確認）であり、正しいといえる。グループでの活動を通して、特に位置関係を把握することが難しい生徒に対しては、積極的に情景の表す様子をノートのような平面上に表現することができるかどうか評価をする。また、図示することが難しい生徒に対しては、身近にある机やペンなどを平面 α と直線 l に見てたてることで、位置関係をイメージすることができるか支援し評価する。

(2) においては、(1) の結果を利用することに気付くことができるか確認する。直線 l を BC、平面 α を面 PQRS、平面 β を面 ABC、直線 m を PS と見方を変えると、BC//PS が正しいことがいえる。また、同様に BC//QR も正しいので、PS//QR となる。また、AD//PQ、AD//SR から、PQ//SR となるので、四角形 PQRS は平行四辺形となり、(2) は正しくない。空間図形を平面通して捉え、平面と直線の位置関係を理解することができるか評価する。また、四面体のような立体になると問題を難しく捉えてしまう生徒も多くいるので、(1) のような基本的な性質を利用することができる力が身につけているかも評価できる。理解が及ばない生徒もグループで活動することで、互いに「なぜ」「どうして」などの疑問を投げ合うことで教え合い、言語活動を通して理解を深めようと主体的に学習に取り組むことができる面もある。

理解力のある生徒・グループに対しては、(2) において、点 P を $AP:PB=a:b$ とするとき、四角形 PQRS がひし形になるための条件を考えるよう指示するなどの展開も考えられる。

具体的な評価については、下記のような評価することが考えられる。

観点	評価規準		
	十分満足できる状況 (A)	おおむね満足できる状況 (B)	努力を要する状況 (C)
事象を図形の性質に関心の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しよう通したり、粘り強く考え、数学的論拠に基づいて判断しよう通している。(態①)	既習内容を踏まえ、数学的論拠に基づいて判断し、粘り強く考え、その思考過程を周囲に対して正しく説明することができる。	数学的論拠に基づいて、部分的に判断することができ、理解不十分な部分を互いに補い考えることができる。	既習内容の定着が不十分であり、数学的論拠に基づいて、判断することが十分ではない。

「努力を要する」状況 (C) の生徒に対しては、問題を読み捉えることができずにいることも考えられる。文章問題に対しては、苦手意識を抱いている生徒も多く、簡易的な図で書き起こし、問題の情景を捉えることが必要となる。さらに簡易的な図に条件を書き入れことで、一層深く問題を理解できるよう支援することで、生徒の思考を促し、「おおむね満足できる状況」(B) への手立てと考える。

具体的な評価については、各学校における実状を鑑み、生徒の現状を踏まえ上での柔軟な評価が必要である。

また本時の感想を、ノートに記入することを指示し提出・確認することで、問題解決の過程を振り返って評価・改善しよう通しているかを評価。具体的には「はじめは問題文から空間図形をイメージすることができなかったが、図で表したり、机やペンなどの具体物を利用して位置関係を把握することで、より明確に問題を捉えることができた。また、わからない部分を周囲の人たちと教え合うことで、積極的に授業に参加することができた。」などの記述を踏まえて評価する。

単一の授業における記述だけを記録に残すのではなく、数学的活動を実践する際には、常にノートやワークシートへの振り返りの記述を行うようにしておくことが大切である。ここでは (1) で前時の二直線の位置関係を利用しており、学習の繋がりを意識させることも大切である。文章量ではなく、自分自身の理解度や到達度を客観的に捉えることは、全ての授業において大切なことであり、日頃からの指導が重要であるとともに、教師はその過程を確認することで、指導に役立てていくことが必要であると考えられる。

数学科 事例7 (数学A)	
単元名 場合の数と確率	内容のまとめり (2) 場合の数と確率

1 単元の目標

- (1) 場合の数と確率についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- (2) 場合の数と確率について、事象を論理的に考察する力、不確実な事象に着目し、確率の性質などに基づいて事象の起こりやすさを判断する力を身に付ける。
- (3) 場合の数と確率について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①集合の要素の個数に関する基本的な関係や和の法則, 積の法則等の数え上げの原則について理解することができる。 ②具体的な事象を基に順列及び組合せの意味を理解し, 順列の総数や組合せの総数を求めることができる。 ③確率の意味や基本的な法則についての理解を深め, それらを用いて事象の確率や期待値を求めることができる。 ④独立な試行の意味を理解し, 独立な試行の確率を求めることができる。 ⑤条件付き確率の意味を理解し, 簡単な場合について条件付き確率を求めることができる。	①事象の構造などに着目し, 場合の数を求める方法を多面的に考察することができる。 ②確率の性質や法則に着目し, 確率を求める方法を多面的に考察することができる。 ③確率の性質などに基づいて事象の起こりやすさを判断したり, 期待値を意思決定に活用したりすることができる。	①事象を場合の数や確率の考えを用いて考察するよさを認識し, 問題解決にそれらを活用しようとしたり, 粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり, 評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (33時間)

本単元「場合の数と確率」を、八つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 集合の要素の個数	2時間	33時間
2. 場合の数	3時間	

3. 順列, 円順列, 重複順列	4時間	
4. 組合せ	5時間	
5. 事象と確率	3時間	
6. 確率の基本性質	4時間	
7. 独立な試行の確率, 反復の試行の確率	5時間	
8. 条件付き確率, 期待値	6時間	
単元のまとめ	1時間	

各授業時間の指導のねらい, 生徒の学習活用及び重点, 評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・ベン図を利用して集合を図示することで, 集合の要素の個数を求めることができるようにする。	知		知①: 行動観察
2	・具体的な日常の事象に対して, 集合を考えることで, 人数などを求めることができるようにする。 ・集合を考えることで, 日常的な事柄などを, 集合の要素の個数として数学的に数えることができるようにする。 ・小単元1の学習を振り返り, 振り返りシートに記述することを通して, その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知①: 小テスト 態①②: 振り返りシート ※小テストの結果は指導等に生かす。
3	・日常生活や社会の事象を考察することを通して, 1つの原則を決め, 樹形図などを利用して, もれなく数えることができるようにする。	知		知①: 行動観察
4	・和の法則と積の法則の利用場面を理解し, 事象に応じて, 和の法則, 積の法則を使い分けて場合の数を求めることができるようにする。	知		知①: 行動観察
5	・自然数の正の約数の個数を数えることや, 式の展開を利用して約数の和を求めることができるようにする。 ・小単元2の学習を振り返り, 振り返りシートに記述することを通して, その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知①: 小テスト 態①②: 振り返りシート
6	・順列の用語, 記号, 公式の意味を理解できるようにする。 ・順列の総数や階乗を記号で表し, 活用できるようにする。	知		知②: 行動観察
7	・順列に条件が付く場合に, 条件の処理の仕方を理解し, 求めることができるようにする。 ・特殊な条件が付く順列を, 見方を変えたり別なものに対応させたりするなど, 関係を導くことができるようにする。	知 思	○ ○	知②: 行動観察, ノート 思②: 行動観察, ノート
8	・順列, 円順列, 重複順列の意味を理解するとともに, 順列や積の法則をもとにして, 円順列, 重複順列を処理することができるようにする。	知		知②: 行動観察
9	・日常生活や社会の事象について, 重複順列の考え方を利用して処理することができるようにする。 ・具体的な問題に対して, 円順列や重複順列の考え方が適用できるかを見極め, 問題を解決できるようにする。 ・小単元3の学習を振り返り, 振り返りシートに記述することを通して, その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知②: 小テスト 態①②: 振り返りシート

10	・順列と組合せの関係の考察を通して、順列の総数について考えてきたことをもとにして、組合せの公式を導けるようにする。	思		思①：行動観察
11	・特殊な条件が付く組合せを、見方を変えたり別なものに対応させたりして処理することができるようにする。 ・組合せの考え方を利用して図形の個数や同じものを含む順列の総数などが求められることについて考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度を養う。	知 態	○ ○	知②：行動観察，ノート 態①②：行動観察，ノート
12	・組合せに条件が付く場合や、組分けの総数について求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
13	・順列や組合せについて考察することを通して、同じものを含む順列の総数を求めることができるようにする。	知		知②：行動観察
14	・重複組合せについて意味を理解し、その総数を求めることができるようにする。 ・小単元4の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○ ○	思①：ワークシート 態①②：振り返りシート
15	・日常生活や社会の事象を考察することを通して、試行の結果を事象としてとらえ、事象を集合と結びつけて処理することができるようにする	知		知③：行動観察
16	・確率の意味、試行や事象の定義を理解できるようにする。	知		知③：行動観察
17	・日常生活や社会の事象の中で生じる不確定な事象を、同様に確からしいという概念をもとに、数量的にとらえて導くことができるようにする。 ・小単元5の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○	思②：行動観察 態①②：振り返りシート
18	・集合の性質を用いて、確率の性質を一般的に考察することができるようにする。 ・積事象、和事象の定義を理解し、定義に基づいてそれらの確率を求めることができるようにする。	思 知		思③：行動観察 知③：行動観察
19	・確率の基本性質を理解し、確率の加法定理の関係を導くことができるようにする。 ・確率の加法定理を利用することで、和事象、余事象の確率を処理することができるようにする。	知		知③：行動観察
20	・互いに排反ではない場合の和事象の確率を求めることができる。	知		知③：行動観察
21	・確率の計算に集合を活用し、複雑な事象の確率を求めることができる。 ・小単元6の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○ ○	知③：小テスト 態①②：振り返りシート
22	・日常生活や社会の事象の中で生じる具体的なことについて、試行が独立か、独立でないかを判断し、処理することができるようにする。	知		知④：行動観察
23	・独立な試行の定義を理解し、公式や確率の加法定理などを利用して求めることができるようにする。	知		知④：行動観察

24	・複雑な独立試行の確率について、求めることができるようにする。	知		知④：行動観察
25	・日常生活や社会の事象の中で生じる具体的なことについて、反復試行の確率についての公式を導けるようにする。 ・既習の確率の知識を利用して、反復試行の確率について求めることができるようにする。	思 知	○ ○	思③：行動観察、ノート 知④：行動観察、ノート
26	・反復試行の意味を理解し、その確率を求めることができるようにする。 ・小単元7の学習を振り返り、振り返りシートに記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	 ○	知④：行動観察 態①②：振り返りシート
27	・日常生活や社会の事象の中で生じる、条件付き確率を考察し、条件付き確率の意味を理解できるようにする。	知		知⑤：行動観察
28	・条件付き確率の式から確率の乗法定理の等式を導くことができるようにする。 ・確率の乗法定理を用いて2つの事象がともに起こる確率を求めることができるようにする。	思 知		思③：行動観察 知⑤：行動観察
29	・これまで加法定理、乗法定理について考えてきたことを活用して、複雑な確率の問題を解決できるようにする。 ・複雑な条件付き確率について、計算を繰り返し行うことで、結果がどのように変化するか考察することができるようにする。	態 思	○ ○	態②：行動観察、ノート 思②：行動観察、ノート
30	・条件付き確率の考えを利用することで、原因の確率を求めることができるようにする	態		態②：ワークシート
31	・日常生活や社会の事象の中で生じる事柄について、期待値の意味を理解できるようにする。 ・期待値の計算をできるようにする。	知		知⑤：行動観察
32	・身近な事象について、期待値の考え方を用いて考察することができ、結果を比較しながら予測したことを検証したり、自分の考えを表すことができるようにする。 ・小単元8までの学習を振り返り、振り返りシートに分かったことや疑問、問題の解決に有効で合った方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。	思 態	 ○	思③：行動観察、ノート 態①②：振り返りシート
33	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身についているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	知①～⑤：単元テスト 思①～③：単元テスト

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

(i) 第4時まで、具体的な日常の事象に対して考察することを通して、場合の数を求める方法について学習する。その中で、自然数の正の約数を求める際に、積の法則を用いることで漏れがなく、確実に個数を求めることができるようになることを感じる場面を設ける。

(ii) 第5時に積の法則を用いた場合の数についての小テストを行うが、日常生活の場面を設定することで、積の法則を利用することだけでなく、状況に応じて処理することができるか確認する。

問題 太郎さんは100円硬貨を4枚、50円硬貨を1枚、10円硬貨を3枚持っています。これらの硬貨を全部または一部を使って支払える金額が何通りあるか考えました。

太郎さんの考え

100円硬貨、50円硬貨、10円硬貨の使い方の総数は 通り。このとき、 通りには、すべて使わない場合の0円が含まれているから、支払える金額は 通りとなる。

- (1) と に当てはまる数字を答えなさい。
 (2) 綾香さんは100円硬貨を1枚、50円硬貨を3枚、10円硬貨を2枚持っています。太郎さんの考えをもとに、綾香さんが持っている硬貨を全部または一部を使って支払える金額は23通りと考えましたが、すべて数え上げると答えが違ふことに気づきました。23通りが誤りである理由を簡潔に説明しなさい。また、正しい答えは何通りであるか書きなさい。

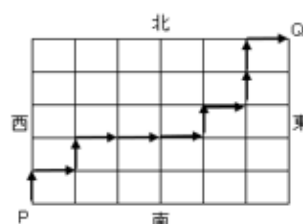
(iii) 小テストを回収し、まず(1)の①において40、②において39と答えられているかどうかで、積の法則を用いて場合の数を処理することができているか評価する。①が答えられない生徒には、積の法則の考えを第4時・第5時のノートや教科書を見直して確認し、知識を身につけられるようにする。次に、(2)については、硬貨の使い方と場合の数の関係を見出すことができているか評価する。誤答が予想される $(2 \times 4 \times 3) - 1 = 23$ という結果を先に提示することで、(2)を解くためには、単純に積の法則を利用するだけでは正答に結びつかないことを示し、問題を解決するために工夫が必要になることを促す。

太郎さんと綾香さんの持っている硬貨で異なるのは、綾香さんは100円を支払う場合に、100円硬貨1枚と、50円硬貨2枚の2通りの使い方ができることであり、予想された23通りには、重複したものが含まれていることにある。このことに気づき、記述できているかどうかで、硬貨の使い方と積の法則の関係を見いだせているかを評価する。正しい答えを導くには、重複がないように100円硬貨1枚を50円硬貨2枚に両替することで、50円硬貨を5枚、10円硬貨を2枚持っている状態にすることで、 $(6 \times 3) - 1 = 17$ とすることで、正答の17通りを導けるようになる。なお、別の考え方として、50円硬貨2枚を100円硬貨1枚に両替して、100円硬貨を2枚、50円硬貨を1枚、10円硬貨を2枚持っている状態で、 $(3 \times 2 \times 3) - 1 = 17$ と求める方法もある。小テスト回収後には、複数の解法があることや、それに気づけている生徒の例を全体で示し、次の学びへつなげていけるようにする。

(2) 思考・判断・表現

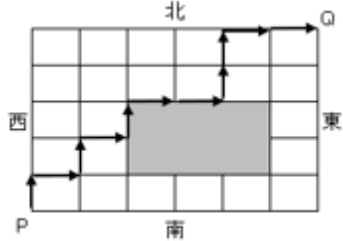
- (i) 第6～14時では、順列や組合せの場合の数を学習するが、その中に、最短経路を求める問題がある。そこで、第14時では基本的な問題を取り上げ、順列や組合せの考えを活用して問題を解決する方法について理解できるように指導する。

右の図のように、ある街には、東西に向かう道が6本、南北に向かう道が7本ある。P地点からQ地点まで最短距離で行く道は何通りあるだろうか。

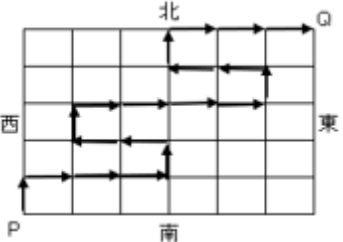


(ii) 上記 (i) の指導を基に、第14時に次の問題をワークシートとして取り組ませる。

(1) 右の図のように、ある街には、東西に向かう道が6本、南北に向かう道が7本ある。途中に大きな施設があり、直進できない箇所があるとき、P地点からQ地点まで最短距離で行く道は何通りあるだろうか。



(2) 右の図のように、ある街には、東西に向かう道が6本、南北に向かう道が7本ある。南にだけ進むことはできないとするとき、経路は何通りあるだろうか。ただし、道は一度しか通ることができないものとする。



(iii) ワークシートを回収し、学習した事柄について、条件が変化したときに、問題を解決できているかを評価する。具体的には、(1)については、必ず通らなければならない点に着目し、解決できたかどうかで評価する。必ず通らなければならない5つの点に着目できない生徒には、第14時の課題解決を振り返り、問題状況を単純化・理想化して順列・組合せを用いて、すべてを数え上げるにはどのようにすればよいか改めて考察させたりする。(2)については、西への移動が許されることによって、最短経路を数え上げる問題ではないことに着目できたかどうかで評価する。「一度しか通ることができない」という記述や、「東西への動き方は不規則になっても、南北への動き方は今までの問題と同じではないか」「北に進む道は、それぞれ7通りのうちから1つを選べばいいのではないか」という思考に結びつくように助言するなどして、自らの思考によって問題を解決できるようにする。なお、学校や生徒の実情に応じて評価規準は異なるが、この課題では、(1)において「必ず通らなければならない点」に着目して考えることに気づき、取り組めていれば「おおむね満足できる」状況 (B) と評価することも考えられる。

(3) 主体的に学習に取り組む態度

(i) 第27～30時では、条件付き確率について、結果Bの情報が与えられたとき、原因がAであった場合の確率として求められることを指導する。

(ii) 第30時では、次の問題を取り上げて数学的活動 (ワークシート) に取り組む機会を設ける。

検査Aは、病気Bにかかっているかどうかの判定の精度が95%であるという。つまり、病気Bにかかっている人がこの検査を受けた場合は、95%の確率で陰性となる。

ある集団で、病気Bにかかっている人の割合が0.8%であり、この集団の1名が検査を受けたところ、結果は陽性であったという。

- (1) 検査Aを受けた人が病気Bにかかっている確率を予測してみよう。
- (2) 検査Aを受けた人が病気Bにかかっている確率を求めなさい。
- (3) (2)の結果について、集団の人数が1万人いるものとして、検証してみよう。

ここでは、「精度が95%の検査Aを受けた結果が陽性だった」ということにより、一種の先入観

で病気Bにかかっている確率は高いのではないか？という予測が立ちやすい。

まず、与えられた条件を条件付き確率の公式に当てはめて、確率を計算しようとしているか、粘り強く考え、答えを出そうと取り組んでいるかを、行動観察やノート（ワークシート）への振り返りの記述から評価する。実際には、

$$\text{病気Bにかかっている人の検査結果が陽性となる確率は } \frac{0.8}{100} \times \frac{95}{100}$$

$$\text{病気Bにかかっていない人の検査結果が陽性となる確率は } \frac{99.2}{100} \times \frac{5}{100}$$

であるから、結果が陽性であるとき、実際に病気Bにかかっているという条件付き確率は

$$\frac{\frac{0.8}{100} \times \frac{95}{100}}{\frac{0.8}{100} \times \frac{95}{100} + \frac{99.2}{100} \times \frac{5}{100}} = \frac{76}{572}$$

となり、計算上は13.3%に過ぎないことになる。

この結果を異なる方法で検証し1万人で考えてみる。このとき、病気Bにかかっている人は0.8%、つまり80人いることになる。この80人を検査すると、95%の確率で陽性となるので、76人が陽性、残り4人が陰性となることになる。一方で、病気Bにかかっていない9920人を検査したとすると、496人が陽性、9424人が陰性となり、検査の結果、陽性となる人は76人+496人=572人となる。

よって、実際に病気Bにかかっている人は76人のため、確率は $\frac{76}{572}$ であることが確認できる。

なお、もう一度同じ検査を受け、再び結果が陽性であったとすると、この人が実際に病気Bにかかっている確率は

$$\frac{\frac{0.8}{100} \times \left(\frac{95}{100}\right)^2}{\frac{0.8}{100} \times \left(\frac{95}{100}\right)^2 + \frac{99.2}{100} \times \left(\frac{5}{100}\right)^2} = \frac{7220}{9700}$$

となり、74.4%となる。

- (iii) ワークシートを確認して、問題解決の過程を振り返って、自身の取組みについて評価・改善しようとしているか評価する。具体的には、生徒の振り返りとして、例えば、「漠然とした予測はできたが、条件付き確率をどのように求めているか、最初は全然わからなかった。しかし、周囲の人を共有したり、10万人の例から考えたりすることで、最後には条件付き確率に当てはめて計算することで、計算の結果だけでなく、プロセスを考えるきっかけになった。」などの記述を捉えて評価する。記述をすることが苦手な生徒には声をかけ、どのような過程で活動を進めていったかなど、その状況を見取ることなどが考えられる。また、必ずしも、周囲の人と協力することで改善の方向に進む生徒だけではないことから、自分自身の中でどのように考えが変わったかを表出させられるように促すことも必要である。(ii)の最後に記したように、確率の計算から「再検査やセカンドオピニオンの重要性」などに関連付けて考察することで、確率の学習や条件付き確率の面白さ、統計的思考への関心を高めていく効果も考えられる。

数学科 事例8 (数学A)

単元名

数学と人間の活動

内容のまとめ

(3) 数学と人間の活動

1 単元の目標

- (1) 数学と人間の活動の関係について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学と人間の活動との関わりに着目し、事象に数学の構造を見だし、数理的に考察する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

2 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①数量や図形に関する概念などと人間の活動の関わりについて理解している。 ②数学史的な話題、数理的なゲームやパズルなどを通して、数学と文化との関わりについて理解している。	①数量や図形に関する概念などを、関心に基づいて発展させ考察することができる。 ②パズルなどに数学的な要素を見だし、目的に応じて数学を活用して考察することができる。	①人間の活動における数学のよさを認識し、様々な場面で数学を活用しようしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

3 指導と評価の計画 (22時間)

本単元「数学と人間の活動」を、四つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数
1. 数との出会い	4時間
2. 数の拡張	4時間
3. 時間を計る	4時間
4. 空間を測る	4時間
5. 数学パズルで遊ぶ	2時間
6. 和算で遊ぶ	1時間
単元のまとめ	3時間
	22時間

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活用及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・古代エジプトの数字や古代ローマの数字の記数法についての特徴を現在の記数法と比較しながら考えようとしている。	態		態①：振り返りシート
2	・数を古代エジプト，古代ローマ，バビロニアの記数法で表すことができる。	知		知①：行動観察
3	・n進法の特徴について考察することができる。	思	○	思①：レポート
4	・n進法の特徴や2進法を利用した数当ての仕組みについて理解している。	知		知①：行動観察
5	・ひもの端数の考え方を利用して，ユークリッドの互除法の仕組みを考察することができる。 ・ひもの端数の考え方を利用して，ユークリッドの互除法の仕組みを考えようとしている。	思 態		思①：行動観察 態①：振り返りシート
6	・1を単位とした端数の考え方を理解している。	知		知①：行動観察
7	・正方形の対角線が無理数であることについて説明することができる。	思		思①：行動観察
8	・正方形の対角線を利用した無理数の長さの線分を作図する方法を理解している。	知		知①：行動観察
9	・振り子による時間の計測の仕方について，振り子のひもの長さに着目して考察することができる。	思		思①：行動観察
10	・振り子のひもの長さや周期の2数の関係を式に表すことができる。	知		知①：行動観察
11	・グレゴリオ暦をもとにして，うるう年が必要になる理由を説明することができる。 ・グレゴリオ暦をもとにして，うるう年が必要になる理由を考えようとしている。	思 態		思①：行動観察 態①：振り返りシート
12	・1801年～2200年の400年間において，うるう年となる回数と1年の平均日数を求めることができる。	知		知①：行動観察
13	・古代ギリシャにおける地球の直径の計測方法を理解している。	知		知①：行動観察
14	・古代ギリシャにおける地球と太陽間の距離の求め方を説明することができる。	思		思①：行動観察
15	・測量による日本地図の作成方法やその精度などについて考察することができる。 ・歩測で距離を求めることができる。	思 知		思①：行動観察 知①：行動観察
16	・空間内の点の位置を表す方法を考察することができる。 ・空間内の点の位置を座標平面上の点から座標空間に拡張させて表すことができる。	思 知		思①：行動観察 知①：行動観察
17	・魔方陣の考え方や解き方などについて世界中の魔方陣の様子とともに考えようとしている。 ・魔方陣の考え方から式を立てたり，魔方陣の場合の数を求めたりすることができる。	態 知	○	態②：振り返りシート 知②：行動観察

18	・オオカミとヤギとキャベツの川渡り問題について数学を活用して考察することができる。	思		思②：行動観察
19	・オオカミとヤギとキャベツの川渡り問題について、ボートを動かす回数ができる限り少ない方法を理解している。	知	○	知②：レポート
20	・和算の油分け算の仕組みについて二元一次不定方程式を活用して考察することができる。 ・和算の油分け算の仕組みについてどのような関係があるかを理解している。	思 知		思②：行動観察 知②：行動観察
21	・世界のゲームに取り組み、思考錯誤しながら、必勝法考察に取り組みようとする。	態		態②：行動観察
22	・世界のゲームに取り組み、その必勝法について考察することができる。 ・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。	思 態	○ ○	思②：発表 態②：振り返りシート
23	単元のまとめ・小テスト	知	○	知①②：小テスト

4 観点別学習状況の評価の進め方の具体例

(1) 知識・技能

(第19時)

下記の「オオカミとヤギとキャベツの川渡り問題」において、条件等を変化させた亜種問題を作成し、最適解についてレポートにまとめる。

ある農夫が、オオカミ1匹、ヤギ1匹、キャベツ1個をボートに乗せて、川の向こう岸に運ぼうとしている。ただし、次のような制限がある。

- ・ボートには、農夫の他に、動物1匹かキャベツ1個しか乗せることができない。
- ・農夫がいない状態でオオカミとヤギを一緒にすると、オオカミはヤギを食べてしまう。
- ・農夫がいない状態でヤギとキャベツを一緒にすると、ヤギはキャベツを食べてしまう。

オオカミ、ヤギ、キャベツのすべてを無事に川の向こう岸に運ぶには、どのようにすればよいだろうか。

【亜種①】

1人の大人と2人の子供が岸にいて、ボートが1艘ある。ボートには、大人は1人だけが乗れ、子供は1人または2人が乗れる（ボートを漕ぐことは全員が可能）。全員が川の向こう岸に渡るには、どのようにすればよいだろうか。

【亜種②】

3人の宣教師と3人の先住民が川岸にいる。川には2人まで乗れるボートが1艘ある。ボートを漕げるのは宣教師のうちの1人と、先住民のうちの1人だけである。どちらかの岸で先住民の数が宣教師の数より多くなると、先住民は反旗を翻し宣教師に襲い掛かる。全員が無事に対岸に渡るにはどのようにしたらよいだろう。

例えば、亜種問題の作成にあたっては、

- ・川の途中に中州を設ける。(人や荷物(キャベツ)を置くことができる)
- ・ボートの定員や台数を変える。

等で新しい問題を作ることもできる。それぞれの問題について、最適解が正しく説明することができるかどうかを評価する。

(2) 思考・判断・表現

(第22時)

碁石取りゲームや、世界の様々なゲームを紹介するとともに、グループでそれらのゲームに取り組み、必勝法を考察する。考察内容は、各グループ発表を行い、論理的に考察することができるかを評価する。

【碁石取りゲーム】

碁石を何個か準備し、定められたルールにしたがって2人のプレイヤーが交互に碁石を取り、最後に碁石を取った方が勝ち(石を取れなくなった方を負け)とする。

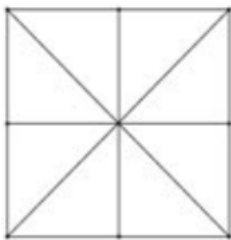
ゲーム①: 1回に取れる石は1~3個取ることができる

ゲーム②: 直前に相手が取った石の個数以下だけ取ることができる。ただし、最初に取る人は全部取らない限り何個でも取ることができる。

ゲーム③: 直前に相手が取った石の個数の2倍以下だけ取ることができる。ただし、最初に取る人は全部取らない限り何個でも取ることができる。

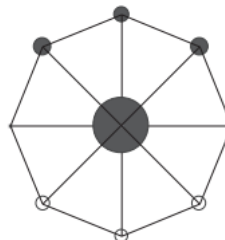
【世界のゲーム】

タパタン (フィリピン)



- ・それぞれが3つのコマを持つ。
- ・順に、好きな格子点にコマを置く。
- ・置き終わったら、順に、自分のコマを、線で結ばれた隣の格子点に動かす。ただし、コマのある格子点には動かさない。
- ・自分のコマを一直線上に並べた方が勝ち。

シシマ (ケニア)



- ・●○を決め、コマを図のように置く。
- ・順に、自分のコマを、線に沿って、あいている点に動かす。中央のシシマにも動かすことができる。ただし、動かすとき、コマを飛び越してはいけない。
- ・自分のコマを一直線上に並べた方が勝ち。

ニム（中国？）

- ・二人で行うゲーム。
- ・いくつかの山にいくつかの石がある。
- ・プレイヤーは交互に石を取っていく。
- ・同時に取れるのは同じ山の石のみ。
- ・1回で1個以上最大何個でも取れる。
- ・最後の石を取った方が勝ち。

例：3つの山があり、それぞれの碁石が、
3個、5個、7個とする。

（これを(3, 5, 7)と表したとする）

- ①A君が一つ目の山から2つ取った
→ (1, 5, 7)
- ②B君が三つ目の山から7つ全部取った
→ (1, 5, 0)
- ③A君が二つ目の山から4つ取った
→ (1, 1, 0)
- ④B君が二つ目の山から1つ取った
→ (1, 0, 0)
- ⑤A君が最後の石をとって勝利

（3）主体的に学習に取り組む態度

（第2 2時）

振り返りシートを用いて、上記、ゲームの必勝法の考察に関する発表に関する自分自身の気づきや発見について記述させる。

なお、評価は、記述内容によって、以下の段階別で評価する。

【第1段階】数学の学習内容についての具体的な記述はなく、抽象的な言葉が多い。

【第2段階】数学の学習内容についての具体的な記述がある。

【第3段階】他人の具体的な考えについて、自分がどう思ったかが記述されている。

【第4段階】他の考えなどから自分の考えを見直し、発展的に考えている記述がある。

学習指導資料

「学習評価の事例集」(宮城県版)

数学

追加資料

具体的実践例

- 1 エクセルシートを用いて実施する観点別評価・正答率
評価・クラス別評価
- 2 課題取組シートによる評価例
- 3 振り返りシートの具体例

具体的実践例

1 エクセルシートを用いて実施する観点別評価・正答率評価・クラス別評価

定期考査等を実施する際に、各問題が「知識・技能」または「思考・判断・表現」のどちらを見取る問題なのかをあらかじめ分類しておき、あらかじめエクセルシートにその情報を入力しておく。採点后に小問ごとの得点をエクセルシートに入力していくことで、それぞれの点数が何点分にあたるのかを自動計算してくれるシートを準備しておくことと便利である。「IF」、「SUM」、「COUNT」等、平易な関数の使用でも、考査の分析にも活用することができる。設問ごとに得点を入力していくという多少の手間はかかるものの、観点別の点数が一目で把握できること、全体はもちろんクラスごとの正答率を把握することができること、合計点数の計算ミスがなくなることも利点である。正答率が低い問題を拾い上げて解説するなど、重点指導ができることと生徒の現状を客観的データによって把握できることで、評価を指導につなげることも可能である。クラスによる理解度の差も数字ではっきりと出るので、生徒の学習の質や指導の方法によって変化が生じる様子がわかる。

大問 小問 観点別 配点	大問ごと得点																					観点別 知識・ 技能 思考・ 判断・ 表現	得点	順位	ランク											
	1			2			3			4			5			6			7							1	2	3	4	5	6	7				
	知	知	知	知	知	知	知	思	思	思	知	思	思	知	思	思	知	思	思	知	思					思	知	思	思	知	思	思				
1101	3	3	3	4	4	4	4	4	6	4	4	6	5	6	6	5	6	6	5	6	6	5	6	6	9	12	14	14	17	17	17	52	48	100		
1102	3	3	0	4	4	0	4	4	0	4	4	6	5	0	0	5	6	0	5	0	0	6	8	8	14	5	11	5	45	12	57	10	C			
1103	3	3	3	4	4	4	4	6	4	4	6	5	6	6	5	6	0	5	6	0	9	12	14	14	17	11	11	52	36	88	4	A				
1104	3	3	3	4	4	0	4	4	0	4	4	6	5	6	0	5	6	0	5	6	6	9	8	8	14	11	11	17	48	30	78	8	B			
1105	3	3	0	4	0	0	4	0	0	4	4	0	5	0	0	5	6	0	5	0	0	6	4	4	8	5	11	5	37	6	43	12	D			
1106	3	3	3	4	4	0	4	4	6	4	4	6	5	6	0	0	0	0	0	0	9	8	14	14	11	0	0	38	18	56	11	C				
1107	3	3	3	4	4	4	4	0	4	4	6	5	6	0	5	6	2	5	6	4	9	12	8	14	11	13	15	52	30	82	6	A				
1108	3	3	3	4	4	4	4	6	4	4	6	5	6	6	5	6	2	5	6	4	9	12	14	14	17	13	15	52	42	94	2	A				
1109	3	3	0	4	4	4	4	6	4	4	6	0	6	6	5	6	6	5	6	6	6	12	14	14	12	17	17	44	48	92	3	A				
1110	3	3	0	4	4	4	4	0	4	4	6	5	6	0	5	6	0	5	6	6	6	12	8	14	11	11	17	49	30	79	7	B				
1111	3	3	3	4	0	4	4	0	6	4	4	0	5	6	0	5	6	6	5	6	4	9	8	10	8	11	17	15	44	34	78	8	B			
1112	3	3	3	4	4	4	4	6	4	4	6	5	6	0	5	6	0	5	6	6	9	12	14	14	11	11	17	52	36	88	4	A				

↑入力用シート

第2学年 第1期末考査 数学B 各設問ごと得点率																												
c	1		2		3		4		5			6		7		8		9		10		11		12		13		
小問	1	2	1	2			1	2	3				1	2	3				1	2				1	2	3		
平均得点率(%)	85	87	87	85	86	34	50	58	25	64	84	53	37	53	13	4	71	13	56	42	23	18						
1組得点率(%)	83	89	90	87	85	23	49	56	27	58	85	43	28	30	15	4	70	15	55	37	25	19						
2組得点率(%)	82	87	90	87	84	32	52	65	21	73	84	57	41	62	8	2	72	8	58	35	14	9						
3組得点率(%)	90	85	82	82	87	46	49	52	26	63	83	59	42	67	15	5	71	14	55	54	30	26						

↑クラスごと正答率分析

また、評価したものを指導に生かすとなれば、生徒にどう提示していくかも考える必要がある。例えば、単元における総括をして、その評価を生徒に提示する方法として、あらかじめエクセルのシート等を準備し、生徒の評価を一括管理した上で、進級時にも引き継ぎ、活用できるようにしておくことが望ましい。以下は入力用のシート例と、生徒提示用のシート例である。

数学 I														
		数と式			図形と計量			2次関数			データの分析			
学籍番号	氏名	知技	思判表	主態	知技	思判表	主態	知技	思判表	主態	知技	思判表	主態	
列1	列2	列3	列4	列5	列6	列7	列8	列9	列10	列11	列12	列13	列14	列15
1	20210101	一高太郎	A	B	B	A	B	C	A	A	B	A	A	B
2														
3														
4														
5														

観点別評価シート

氏名	一高太郎
----	------

科目名	内容のまとめり	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
数学Ⅰ	数と式	A	B	B
	図形と計量	A	B	C
	2次関数	A	A	B
	データの分析	A	A	B
数学Ⅱ	いろいろな式	A	A	B
	図形と方程式	A	A	B
	指数関数・対数関数	A	A	B
	三角関数	A	A	B
	微分・積分の考え	A	A	B
数学Ⅲ	極限	A	A	B
	微分法	A	A	B
	積分法	A	A	B
数学A	図形の性質	A	A	B
	場合の数と確率	A	A	B
	数学と人間の活動	A	A	B
数学B	数列	A	A	B
	統計的な推測	A	A	B
	数学と社会生活	A	A	B
数学C	ベクトル	A	A	B
	平面上の曲線と複素数平面	A	A	B
	数学的な表現の工夫	A	A	B

2 課題取組シートによる評価例

※ 福岡県立筑紫高校飯田啓介先生による実践発表とその資料「主体的に学習に取り組む態度の評価に向けた準備」を参考に具体例を作成

課題の提出については、以下の4つのTypeから、自分に合ったTypeを選んで提出する。

Type I : 基礎・基本の確実な定着を重視 (提示された計画表による)

Type II : 教科書レベル+ α の応用力育成 (提示された計画表による)

Type III : 教科書レベル+ α の応用力育成 (自ら計画を立てるハイブリッド型)

Type IV : 上記3つ以外の方法による学習 (先生と相談して方法を定める)

主体性を見るために、画一的な課題ではなく、個々で選択して取り組む方法とした。提出日も、週1回月・火・水のいずれかとし、個々の事情に合わせて選択することができる。このことは、生徒だけでなく、教師にとっても提出される課題が分散される点が利点である。提出する量も、授業の進度を踏まえて、自分で決めることとし、自分のペースで提出していくこととした。

なお、評価にあたっては、学習内容の定着に向け、粘り強く取り組む姿勢や学び方などを計画表や提出されたノート記述から見とることとする。

課題取組シート

★課題提出のルール

- ① 次の4つのTypeから、自分に合ったTypeを選んで提出すること
 Type I : 基礎・基本の確実な定着を重視 (提示された計画表による)
 Type II : 教科書レベル+ α の応用力育成 (提示された計画表による)
 Type III : 教科書レベル+ α の応用力育成 (自ら計画を立てるハイブリッド型)
 Type IV : 上記3つ以外の方法による学習 (先生と相談して方法を定める)
- ② 提出日は、月・火・水のいずれか1回とし、自分で決めること
- ③ 提出する量も授業の進度を踏まえて、自分で決めること

		問題集						
回	教科書問題	Type I	Type II	Type III	Type IV	取組日	理解度	提出日
1	例1 問1	120 122 123 124	120 121 125 126			/		/
2	例2 問2 問3 例1 問1 問1	127 129 130 131	127 128 132 133			/		/
3	問4	134 135	135 136			/		/
4	例題1 問5	137 138	139 140			/		/
5	T1 T2 T3	141 142 143 145	142 143 144 146			/		/

3 振り返りシートを用いた「主体的に学習に取り組む態度」の評価例

【「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料より】

「主体的に学習に取り組む態度」の評価に際しては、単に継続的な行動や積極的な発言等を行うなど、性格や行動面の傾向を評価するというのではなく、知識及び技能を獲得したり、思考力、判断力、表現力等を身に付けたりするために、自らの学習状況を評価し、学習の進め方について試行錯誤するなど自らの学習を調整しながら、学ぼうとしているかどうかという意思的な側面を評価することが重要である。高等学校数学科においては、数学のよさを認識し積極的に数学を活用する態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度を身に付けているかどうかについて評価する。本観点の評価は、知識及び技能を習得させたり、思考力、判断力、表現力等を育成したりする場面に関わって行うものであり、その評価の結果を、知識及び技能の習得や思考力、判断力、表現力等の育成に関わる教師の指導や生徒の学習の改善にも生かすことによりバランスのとれた資質・能力の育成を図るという視点が重要である。すなわち、この観点のみを取り出して、例えば挙手の回数や毎時間ノートを取っているかなど、その形式的態度を評価することは適当ではなく、他の観点に関わる生徒の学習状況と照らし合わせながら学習や指導の改善を図ることが重要である。なお、「主体的に学習に取り組む態度」の評価に関しては、授業における指導者の受容的な態度（生徒の発言等を受け入れ、その発言等の背後にある生徒の考えや思いを慮る）が大切であることを述べておきたい。そのような指導者の受容的な態度の下で生徒は自分の考えや疑問、思いを自然と表出するからである。

上記の内容に留意しながら、「主体的に学習に取り組む態度」の評価を行うことになるが、学習活動を通して身に付けた態度を評価するため、単元や小単元等の導入で評価したり、単一の授業の冒頭で評価したりして、評価するための記録を残すことは適切でない。記録を残すとしても、その時点で評価するものではなく、後に生徒の変容をみとめるための記録として捉えるべきである。

なお、「主体的に学習に取り組む態度」の評価に際しては、ノートへの振り返りの記述や、「振り返りシート」を用いた評価が考えられる。本事例集では、「振り返りシート」を用いた評価について言及する。

振り返りをさせるにあたって留意しなければならない点は、生徒はすぐに具体的な記述ができるわけではないということである。最初からしっかりした内容で書けることはまれであり、実際は何度も振り返る機会を与える中で、繰り返し記述をしていき、具体的な記述例を紹介していく等、生徒の実態や時機をみて、適切な指導を行うことで内容の充実化を図りたい。上手に活用すれば、数学のよさを認識し、事象の考察や問題の解決に数学を積極的に活用しようとしているかどうかや、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり評価・改善したりしているかどうかの記録として、指導に役立てることができるようになる。

事例 1

生徒の自己の振り返りを効果的にするために、以下の振り返りシートを用いて、予習を振り返っての理解度や疑問点、授業を振り返っての授業理解度や目標達成度、できるようになったことや、わからなかったことを記述し、毎時間、数値評価と文章の記述で、可視化できるようにしておく。

振り返りシート

【予習の振り返り】

★既習の知識のみで、結論までとどりつけたか？
できた← 4 3 2 1 →できなかった

★予習で解決できなかった疑問点や、授業で目指す目標は？

【授業の振り返り】

★疑問や課題の克服度、目標の達成度は？
できた← 4 3 2 1 →できなかった

★今日の授業で成長できたこと、できるようになったことは？

★今回の授業でわからなかったこと、疑問に残ったことは？

この振り返りシートについては、小単元終了ごとに回収してスキャンした後に返却する。振り返りの記述に関しては、主体的に学習に取り組む態度の評価につなげる。各項目に対する評価の観点は、以下のとおり。

★既習の知識のみで、結論までとどりつけたか？
生徒自身の自己評価として。

★予習で解決できなかった疑問点や、授業で目指す目標は？
自己の目標が設定されているかどうかで評価する。

★疑問や課題の克服度、目標の達成度は？
生徒自身の自己評価として。

★今日の授業で成長できたこと、できるようになったことは？
学び方への手応え、新たな気付き、成長の実感を伴う記述に対して評価する。

★今回の授業でわからなかったこと、疑問に思ったことは？
更なる課題の明確化がなされているかどうかの自己評価として。

振り返りシートの例

【予習の振り返り】

★既習の知識のみで，結論までたどりつけたか？

できた← 4 3 2 1 →できなかった

★予習で解決できなかった疑問点や，授業で目指す目標は？

【授業の振り返り】

★疑問や課題の克服度，目標の達成度は？

できた← 4 3 2 1 →できなかった

★今日の授業で成長できたこと，できるようになったことは？

★今回の授業でわからなかったこと，疑問に残ったことは？

事例 2

主体的に学習に取り組む態度を見取る方法の一つとして、学習履歴を記録し、振り返りさせる取り組みが考えられる。

まず、小单元ごとに一連の学習活動を振り返り記述させる方法が考えられる。ここでは、数学のよさを認識し、事象の考察や問題の解決に数学を積極的に活用しているかどうかや、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり評価・改善したりしようとしているかについて記録を残すため、次のような「学習・活動履歴シート」の活用を考える。このシートは、小单元が始まる前に「知っていること」を記録させておき、小单元が終わった後に「自分が学習したもの・定着したもの」を記録させることを主たる目的としている。小单元が始まる前では、事前に教科書を読んでいるかどうかで記述の内容が大きく差が出ることも考えられるが、そのことを評価することを目的とせず、あくまでも生徒自身が学習前と学習後で、自己の変化に気づくとともに、学習を振り返って記述することを目的とするものである。学校や生徒の実態に応じて、「数学的な考え方がどのように変わったか」という視点で記述を促し、生徒自身が主体的に学習に取り組めたかどうかを、見取れるようにしたい。

学習・活動履歴 1学年 数学 I	
第1章 数と式 第1節 式の計算 1年 組()番 氏名()	学習終了後、小单元にサブタイトルをつけましょう。
学習前 「式の性質」や「式の公式」について、あなたの知っていることを自由に書きなさい。	学習後 「式の性質」や「式の公式」について、あなたの知っていることを自由に書きなさい。
学習を振り返って 学習前と学習後の自分の考え方を比べて、あなたの考え方はどのように変わりましたか？また、自分の考え方が変わったことに対してどう思いますか？どんなことでもいいので、自由に書きなさい。	
反省・感想など	

次に、授業時間ごとの振り返りを記述する方法が考えられる。ここでは、授業の最後に自身の学びを振り返り、学習の過程や自分の考えを記すことで、授業ごとに学習した内容をまとめる習慣を身に付け、小单元ごとに自己の考え方の変容を認識できるように指導し、生徒が自らの活動の過程を要約して表現することによって、自分の思考や行動を客観的に把握すること（いわゆるメタ認知）を促す。

なお、授業ごとに学習活動を振り返らせさせる取り組みとして、次のような記述をさせることも考えられる。例えば、授業後に生徒自身がタイトルをつけることで、何が印象に残ったか、自分にとって何が大切だと感じたか、振り返る態度を養うことで、学習の成果を実感できるようにする。

<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>	→	<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>	→	<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>
<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>	→	<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>	→	<p>__月__日 今日の授業で一番大切だと思うこと</p> <p>授業のタイトル</p> <p>-----</p> <p>内容</p> <p>-----</p> <p>考えたこと、疑問に思ったこと</p>

年 組 () 番 氏名 ()

振り返りシートサンプル

次のページ以降には、振り返りシートの参考例を挙げておく。

教科	数学	科目	数学A	単位数	2	学年・学科	1・全学科
教科書	〇〇〇〇 数学A						
目標	(1) 図形の性質についての基本的な概念や定理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したとき、数的に表現・活用したりする様子を身に付ける。 (2) 図形の構成要素間の関係などに注目し、図形の性質を捉え、論理的に考察する力を身に付ける。 (3) 図形の性質について、数学の大きな分野別に、数活用し、数学を活用しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。						

知識・技能	A・十分満足	B・おおむね満足できる	C・努力を要する	授業後自己評価 (5段階)	教科書担当 確認
① 三角形に関する基本的な性質について理解している。 ② 円に関する基本的な性質について理解している。 ③ 空間図形に関する基本的な性質について理解している。	平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 外心の定義と性質を身に付けている。 線分を自力で二等分することができた。 内心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 重心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 外心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 内心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 重心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 外心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 内心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 重心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 外心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 内心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 重心の定義と性質を理解している。 線分を自力で二等分することができた。 チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	

到達目標	到達目標	到達目標	到達目標	到達目標	到達目標
① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を身に付けている。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を理解している。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を理解している。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を理解している。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を理解している。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。	① 平行四辺形の性質や対角線が互に半分の長さを分けること、角の二等分線の性質の証明ができた。角の二等分線の性質を利用して、線分を二等分することができた。 ② 外心の定義と性質を理解している。 ③ 線分を自力で二等分することができた。 ④ 内心の定義と性質を理解している。 ⑤ 線分を自力で二等分することができた。 ⑥ 重心の定義と性質を理解している。 ⑦ 線分を自力で二等分することができた。 ⑧ チェバの定理・メネラウスの定理を理解している。 ⑨ チェバの定理・メネラウスの定理を利用して、線分を二等分することができた。

【数学部会作成委員】

赤間 裕樹	宮城県教育庁高校教育課指導主事
大塚 修哉	仙台市教育局学校教育課高校教育課指導主事
八島 俊直	宮城県仙台三桜高等学校教諭
荒巻 由紀子	宮城県泉高等学校教諭